

حل تمرین‌های هفته ششم در نسبیت

سؤال ۱:

الف) $l_0 = x'_2 - x'_1$

ب) فرض کنید x_1 و x_2 مختصات دو انتهای میله در زمان t لزدید که باشد. این وضعیت را می‌توانیم با این عبارت هم بیان کنیم: زمانی که دو انتهای میله منطبق بر نقاط x_1 و x_2 می‌شوند، سرد ساعت واقع در x_1 و x_2 زمان t را نشان می‌دهند. حال با مراجعه به تبدیل لورنتس دید می‌شود که باید داشته باشیم:

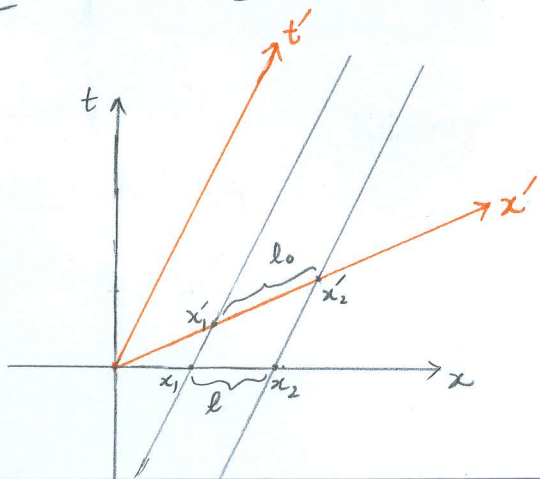
$$\begin{cases} x'_1 = \gamma(x_1 - vt) \\ x'_2 = \gamma(x_2 - vt) \end{cases} \quad (*)$$

طول میله لزدید که برابر است با $l = x_2 - x_1$. توجه کنید که طول همان اختلاف مکان دو انتهای میله است وقتی که هر دو در یک زمان t در K اندازه‌گیری شوند. با استفاده از $(*)$ خواهیم داشت

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - x_1) = \gamma l$$

ب) $l_0 = \gamma l$ یا به عبارت دیگر $l = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} l_0$ که نتیجه می‌دهد $l < l_0$ زیرا

$$\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \leq 1 \text{ است.}$$



ت) این نمودار به طول کامل در کلاس توضیح داده شد.

سؤال ۲:

الف)

$$\begin{cases} u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \\ u' = c/n \end{cases} \Rightarrow u = \frac{c}{n} \left(\frac{1 + n\beta}{1 + \beta/n} \right) \quad \text{where } \beta = v/c$$

ب)

$$(1 + \beta/n)^{-1} \approx (1 - \beta/n) \Rightarrow u = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

سؤال ۳:

الف)

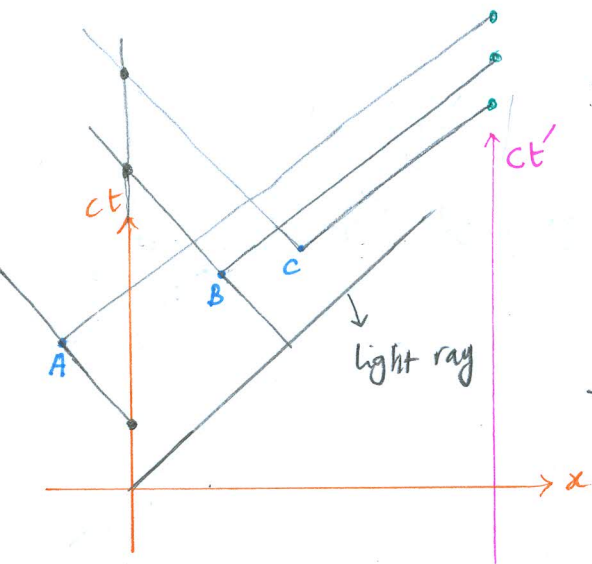
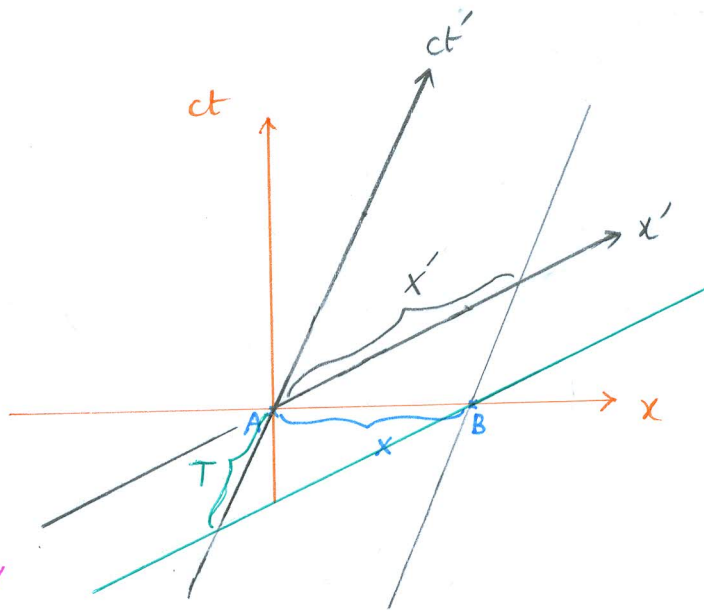
$$\Delta s'^2 = \Delta s^2 \quad \Delta y = \Delta y' = \Delta z = \Delta z' = 0$$

$$\Delta x'^2 - c^2 \Delta t'^2 = \Delta x^2 - c^2 \Delta t^2 \Rightarrow X'^2 = c^2 T^2 + X^2 \Rightarrow X' = \sqrt{c^2 T^2 + X^2}$$

$$\Delta t' = \gamma (\Delta t - \beta c^{-1} \Delta x) \Rightarrow T = \gamma (-\beta c^{-1} X) \Rightarrow v/c = \beta = -\gamma^{-1} \frac{X}{cT}$$

$$\Rightarrow v = -\gamma^{-1} \frac{c^2 T}{X}$$

ج)



سؤال ۴:

ناظر بدون برآیم رویدادها با ترتیب ABC و ناظر برآیم دار با ترتیب CBA مشاهده میکنند. امکان ندارد ناظرای ترتیب رویدادها را بصورت ACB ببیند زیرا در این صورت باید با سرعتی وراى سرعت نور حرکت کند.

سؤال ٥:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v / c^2} \quad \text{و} \quad u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u'_x v / c^2}$$

$$u_{BO} = \frac{u_{BC} + u_{CO}}{1 + u_{BC} u_{CO} / c^2} = \frac{0.2c + 0.2c}{1 + (0.2c)^2 / c^2} \approx 0.38c$$

$$u_{AO} = \frac{u_{AB} + u_{BO}}{1 + u_{AB} u_{BO} / c^2} = \frac{0.6c + 0.38c}{1 + (0.6c)(0.38c)} \approx 0.8c$$

سؤال ٦:

این سؤال مثال (١.٨) کتاب Serway ^س Modern Physics (Third edition) است. پاسخ را در این کتاب بیابید.

سؤال ٧:

این سؤال مثال (١.١٥) کتاب فوق است. پاسخ را در این کتاب بیابید.

موفق باشید