

۱- برای ذره‌ای در چاه پتانسیل بینهایت یکبعدی از $-a$ تا $+a$ ، با استفاده از تابع $\psi(x) = (x+a)(x-a)$ در روش وردشی، تخمینی برای انرژی پایه پیدا کنید. (دقت کنید با اینکه در انرژی بدست آمده پارامتر متغیری وجود ندارد، با این حال یک کران بالا پیدا میکنید.) انرژی بدست آمده را با انرژی واقعی E_0 مقایسه کنید. سهم تکینگی‌های موجود در $x = \pm a$ در انرژی چیست؟

۲- برای ذره‌ای مقید در پتانسیل $V = -aV_0\delta(x)$ با استفاده از یک تابع گاوسی در روش وردشی کران بالا را در انرژی پایه بدست آورید و جواب خود را با جواب دقیق آن ($-ma^2V_0/2\hbar^2$) مقایسه کنید.

۳- قسمت شعاعی هامیلتونی اتم هیدروژن را در نظر بگیرید.

$$H = -\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \right) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

و با روش تقریب نیمه کلاسیک (*WKB approximation*) انرژیهای مقید اتم هیدروژن را تخمین بزنید. راهنمایی: از شرط انرژی ۸,۵۱ (مثال ۸,۴ - چاه پتانسیل بدون دیوارهای عمودی) و انتگرال زیر استفاده نمایید

$$\int_{\alpha}^{\beta} \left[\frac{\alpha+\beta}{x} - \frac{\alpha\beta}{x^2} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} dx = \pi \left[\frac{\alpha+\beta}{2} - (\alpha\beta)^{\frac{1}{2}} \right]$$

۴- ذره‌ای با جرم m تحت پتانسیل $V(x) = -\hbar^2 a^2 \operatorname{sech}^2(ax)$ در حرکت است.

الف) نشان دهید $\psi(x) = A \operatorname{sech}(ax)$ تابع موجی برای حالت مقید در این پتانسیل است. چرا این حالت مقید همان حالت پایه است؟ انرژی این حالت چیست؟

ب) با اعمال تقریب نیمه کلاسیک در این پتانسیل، کمترین ویژه‌مقدار انرژی را تخمین بزنید. جواب خود را با جواب دقیقی که در قسمت الف بدست آوردید مقایسه کنید.