

- ۱- نقاط P_1 و P_2 با مختصات‌های (r_1, θ_1, ϕ_1) و (r_2, θ_2, ϕ_2) در مختصات کروی را در نظر بگیرید. در نقطه P_1 بردارهای پایه را با $\hat{r}_1, \hat{\theta}_1, \hat{\phi}_1$ و در نقطه P_2 بردارهای پایه را با $\hat{r}_2, \hat{\theta}_2, \hat{\phi}_2$ مشخص می‌کنیم.
- الف) زاویه بین بردارهای مکان این دو نقطه، یعنی \vec{r}_1 و \vec{r}_2 را بر حسب مختصات‌های آن‌ها به دست آورید.
- ب) مولفه‌های بردار \vec{r}_1 را در نقطه P_2 در دستگاه مختصات کروی به دست آورید. (راهنمایی: برای مثال مولفه θ بردار \vec{r}_1 را در نقطه P_2 با استفاده از رابطه $\hat{\theta}_2 \cdot \vec{r}_1$ به دست می‌آید).
- ج) مولفه‌های بردار \vec{r}_2 را در نقطه P_1 در دستگاه مختصات کروی به دست آورید.

- ۲- نقاط زیر هر یک در دستگاه مختصاتی به صورت سه‌تای‌های مرتب نوشته شده‌اند. هر یک از این نقاط را در دو دستگاه مختصات دیگر بنویسید.

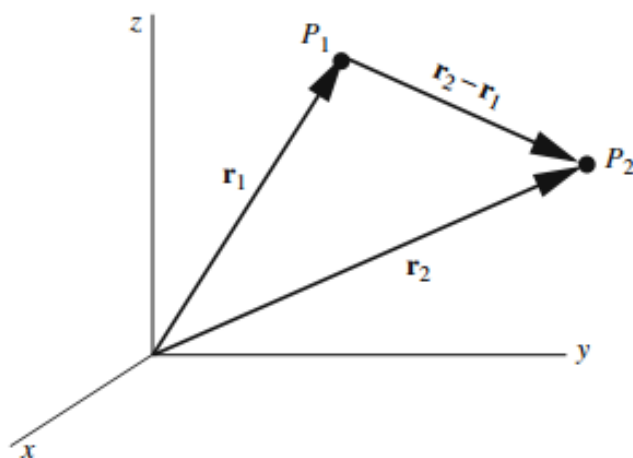
(0, 0, 5)	(2, 2, 2)	(1, -1, 0)	(1, 2, 1)	دکارتی
(1, 2, 3)	(1, 3\pi/4, -2)	(0, 217, -18)	(0, \spadesuit, 4)	استوانه‌ای
(3, \pi, \heartsuit)	(3, \pi/3, 3\pi/4)	(1, 1, 0)	(2, \pi/3, \pi/4)	کروی

- ۳- نقاط P و P' به ترتیب دارای مختصات کروی (r, θ, ϕ) و (r', θ', ϕ') ، و مختصات استوانه‌ای (ρ, ϕ, z) و (ρ', ϕ', z') و مختصات دکارتی (x, y, z) و (x', y', z') هستند. در هر سه مختصات اندازه بردار $\vec{a} = \vec{r} - \vec{r}'$ ، یعنی $|\vec{r} - \vec{r}'|$ را محاسبه کنید.

- ۴- فرض کنید بار نقطه‌ای q_1 در نقطه P_1 و بار نقطه‌ای q_2 در نقطه P_2 قرار دارند. نیروی وارد بر بار q_2 از طرف بار q_1 از رابطه

$$\vec{F}_{21} = \frac{k_e q_2 q_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^{3/2}} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

به دست می‌آید.



- نشان دهید این رابطه مستقل از انتخاب مبدا است. (راهنمایی: یک مبدا دیگر O' انتخاب کنید و بردار مکان آن نسبت به O را \vec{R} در نظر بگیرید. بردار نیرو را بر حسب بردارهای مکان بارهای نقطه‌ای نسبت به O' بنویسید و نشان دهید رابطه به دست آمده با رابطه اولیه یکسان است.)

۵- نقاط P_1 و P_2 به ترتیب دارای مختصات دکارتی $(2, 2, 0)$ و $(1, 0, 1)$ هستند.

الف) بردار مکان نقاط P_1 و P_2 را در دستگاه مختصات دکارتی بنویسید و طول آنها را محاسبه کنید.

ب) مختصات P_1 را در دستگاه مختصات کروی بیابید.

پ) بردارهای پایه کروی در نقطه P_1 ، یعنی \hat{r}_1 و $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\phi}_1$ را بر حسب بردارهای پایه مختصات دکارتی بنویسید.

ت) مولفه‌های بردار مکان نقطه P_1 را در راستای بردارهای پایه کروی در نقطه P_2 پیدا کنید.

ث) با استفاده از مولفه‌های به دست آمده از قسمت (پ) طول بردار \vec{r}_1 را محاسبه کنید و با مقداری که در قسمت (الف) به دست آوردید مقایسه کنید.

۶- نقطه P_1 دارای مختصات دکارتی $(1, 1, 0)$ ، نقطه P_2 دارای مختصات استوانه‌ای $(1, 1, 0)$ ، و نقطه P_3 دارای

مختصات کروی $(1, 1, 0)$ هستند. در هر سه مورد زاویه‌ها به رادیان نوشته شده‌اند. بردار $\vec{r}_3 - \vec{r}_1$ را بر حسب بردارهای

پایه مختصات کروی در نقطه P_2 بنویسید.

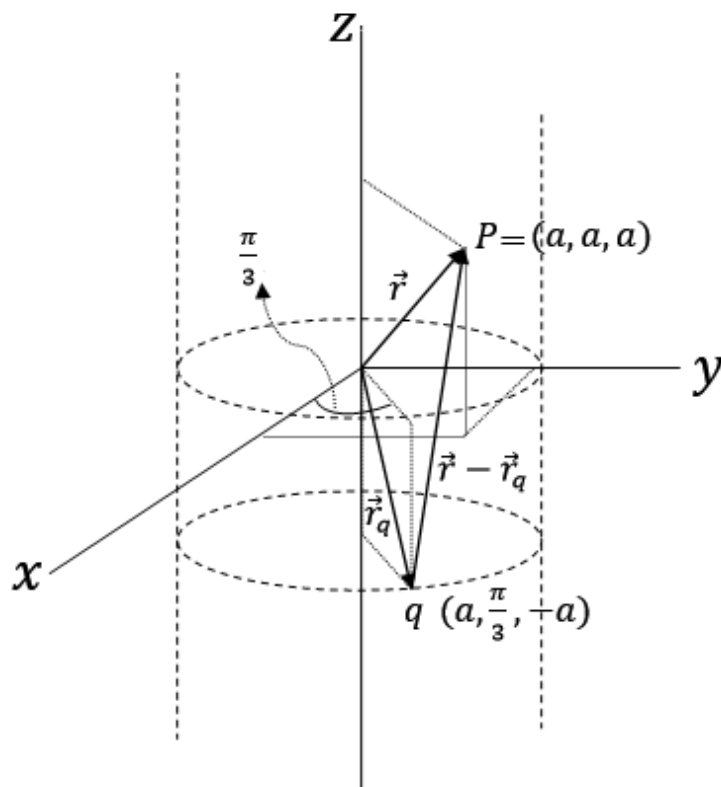
۷- بار نقطه‌ای q در مختصات استوانه‌ای $(a, \frac{\pi}{3}, -a)$ قرار دارد. میدان الکتریکی ناشی از این بار در نقطه‌ای با بردار

مکان \vec{r} در دستگاه مختصات کروی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{E} = \frac{k_e q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|^3} (\vec{r} - \vec{r}_q)$$

که در آن بردار مکان بار q در دستگاه مختصات کروی است. نقطه P با مختصات کارتزین (a, a, a) را در نظر

بگیرید. مولفه‌های بردار میدان الکتریکی ناشی از بار q در نقطه P را دستگاه مختصات کروی به دست آورید.



موضوع باشید

فاطمه معصومیه