بسمه تعالی

مسائل سری پنجم کیهان‌شناسی

۹۱/۲/۱

۱- توزیعهای بولتزمان، بوز-اینشتین و فرمی-دیراک را بدست آورید.

۲- الف) رابطه پلانک برای تابش جسم سیاه را محاسبه نمایید. ب) قانون جابجایی وین (Wien's displacement law) را بیان کنید.

۳- اندازه گیری توان دریافتی بر واحد سطح (شار دریافتی) از خورشید در فاصله ۱AU، نشان می‌دهد که این مقداربرابر با $۱۳۶۷W/m^2$ است. این مقدار به ثابت خورشیدی معروف است (ثابت خورشیدی در واقع ثابت نیست و مقدار آن از $۱۳۶۵W/m^2$ تا $۱۳۷۲W/m^2$ تغییر می‌کند. همچنین این مقدار تابش، دمای متوسط سالیانه ۲۸۸K را در سطح زمین ایجاد می‌نماید). الف) حساب کنید توان تابشی بر واحد سطح خورشید چقدر است. ب) دمای سطحی خورشید را بدست آورید. ج) بسامد و طول موج قله تابشی خورشید را محاسبه نمایید و مشخص کنید این بسامد در کدام ناحیه طیف قرار دارد. د) درخشندگی (کل توان تابشی) خورشید، $L_\odot$، را حساب نمایید. هـ) این مقدار معادل چه مقدار کاهش جرم خورشید در ثانیه است؟ و) اگر فرض کنیم که خورشید از ابتدای بوجود آمدن تاکنون، با همین نرخ جرم از دست داده باشد، تاکنون چه درصدی از جرمش را از دست داده است؟ ز) با توجه به قسمت قبل، می‌شود فرض کرد که جرم خورشید در طول عمرش تغییر محسوسی نکرده است. حساب کنید که در حال حاضر، چند درصد از جرم کنونی خورشید از هلیوم (ناشی از جوش هسته‌ای) تشکیل شده است. (پاسخ: حدود ٪۴/۶) ح) از نظر جرمی، خورشید در حال حاضر از حدود ٪۲۷/۵ هلیوم تشکیل شده است. علت این اختلاف را در چه می‌دانید؟ ط) با مراجعه به نمودار هرتزسپرانگ-راسل (Hertzsprung-Russell diagram) و استفاده از اطلاعات قسمت ب و د، کلاس طیفی، قدر مطلق و نمایه B-V خورشید را بدست آورید. ی) با استفاده از قسمت ط و تمرین ۷ سری چهارم، قدر ظاهری خورشید را بدست آورید.

۴- ستاره شباهنگ (سیروس) در فاصله ۸/۶ سال نوری و با قدر ظاهری ۱/۴۶- پرنورترین ستاره آسمان شب است. الف) قدر مطلق این ستاره را حساب نمایید. ب) با استفاده از نمودار هرتزسپرانگ-راسل، کلاس طیفی، نمایه B-V، دمای سطحی و درخشندگی سیروس را تخمین بزنید. ج) از روی اطلاعات قسمت ب، شعاع شباهنگ را حساب کنید. د) قله بسامدی تابش شباهنگ و در نتیجه رنگ تقریبی غالب آن را مشخص کنید. هـ) مقادیر فوق را با مقادیر دقیق مقایسه کنید. و) اگر بجای خورشید، شباهنگ در مرکز منظومه شمسی بود، ثابت خورشیدی چقدر می‌شد؟ ز) آیا تخمینی از دمای زمین در این شرایط فرضی می‌توانید داشته باشید؟ *(از این قسمت به بعد برای افراد با اعتماد بنفس خیلی بالا!)* ح) بنظر شما شرایط روی زمین در این صورت چگونه می‌شد؟ (مثلا ترکیبات جو و ...). به محدوده فاصله‌ای از یک ستاره که سیاره چرخنده به دور آن شرایط بوجود آمدن حیات را داشته باشد، کمربند حیات می‌گویند. ح) کمربند حیات شباهنگ حدوداً در چه فاصله‌ای از آن قرار دارد؟ ط) هر سال شمسی (شباهنگی!) در سیاره واقع در کمربند حیات شباهنگ، معادل چند سال زمینی خواهد بود؟

۵- در حل این تمرین، از اینکه خورشید یک ستاره از هر جهت متوسط است، استفاده کنید. فرض کنید یک کهکشان با شار دریافتی l و در قله بسامدی ν مشاهده می‌شود. الف) انتقال به سرخ این کهکشان را حساب کنید. ب) با استفاده از تمرین ۵ سری چهارم، خصوصاً قسمت د، درخشندگی کهکشان را محاسبه نمایید. ج) چگونه می‌توان با توجه به قسمت ج، تخمینی از تعداد ستاره‌های کهکشان بدست آورد؟ د) فاصله ویژه این کهکشان را در زمانی که نور دریافتی از آن ارسال شده است بدست آورید. هـ) فاصله مشاهده شده کهکشان در زمان حال چقدر است؟ و) چه فرآیندهایی می‌تواند این تحلیل را تحت تأثیر قرار دهد؟

۶- نشان دهید در حالت کلی برای معادله حالت داریم: $w = -\left(1 + \frac{1}{3}\frac{d\ln\rho}{d\ln a}\right)$.

۷- الف) نشان دهید رابطه $T \sim 1/a^2$ برای ماده غیرنسبیتی در عالم، با رابطه انبساط بی‌دررو PV^γ، برای گازهای تک اتمی سازگار است. ب) چه تحلیلی برای این انطباق دارید؟

۸- الف) با استفاده از قانون استفان-بولتزمان، چگالی تابش زمینه کیهانی را (که مؤلفه غالب مواد نسبیتی در دوره‌ای طولانی از عمر عالم است) بدست آورید. ب) با توجه به اینکه چگالی ماده غیرنسبیتی حدود ۳۰ درصد چگالی بحرانیست، انتقال به سرخی را که در حدود آن چگالی تابش و ماده غیرنسبیتی از یک مرتبه باشند تخمین بزنید. ج) این زمان، یعنی زمان برابری ماده-تابش (Matter-radiation equality) ، قبل از آخرین سطح پراکنشی (Last scattering surface) اتفاق افتاده است یا بعد از آن؟

موفق باشید. شجاعی