



۱- طبق تعریف، یک پارسک برابرست یا فاصله‌ای از خورشید که با اختلاف منظر یک ثانیه قوسی از زمین دیده شود. حساب کنید این مقدار چند متر و چند سال نوری است. بعضی از کمتهای معروف طول نظیر فاصله تا نزدیکترین ستاره، قطر کهکشان راه شیری، فاصله خورشید تا مرکز کهکشان، فاصله تا کهکشان آندرومدا (M31)، قطر خوشه‌ها و ابرخوشه‌های کهکشانی را بر حسب این واحد طول بدست آورید.

۲- ثابت هابل معمولاً بر حسب کمیت بی‌بعد h و به شکل $H_0 = 100h \text{ km/s/Mpc}$ نمایش داده می‌شود. مقدار h (بدست آمده از میانگین روشهای مختلف اندازه‌گیری) حدوداً برابر با 0.72 است؛ یعنی سرعت انبساط در هر مگاپارسک برابر با 72 km/s است. این در حالی است که هابل این مقدار را برابر با 5.5 بدست آورده بود. بنظر شما علت خطای بالای هابل چه می‌توانست باشد؟ بزرگی یا کوچکی مقدار ثابت هابل چه تأثیری در مقدار تخمین زده شده از عمر عالم دارد؟

۳- اصل کیهان‌شناختی بیان می‌کند که "در مقیاسهای به اندازه کافی بزرگ، ویژگیهای عالم از دید همه ناظرها یکسان است." دو ویژگی قابل اندازه‌گیری عالم را که می‌تواند مؤیدی بر این اصل باشد نام برید. بنظر شما آیا این دو جمله با اصل کیهان‌شناختی سازگارند: "قوانین فیزیک، در هر جا و در زمان یکسان هستند" و "ثابت‌های فیزیکی در طول تاریخ عالم همواره ثابت باقی مانده‌اند." دلایل خود را بیان کنید. نشان دهید قانون هابل، یعنی تناسب سرعت دور شدن با فاصله، نتیجه برقراری اصل کیهان‌شناختیست. تقریبهای استخراج این قانون چیست؟ نشان دهید در صورت وجود دینامیک در عالمی که اصل کیهان‌شناختی در آن برقرار باشد، یک زمان ویژه یکسان برای همه ناظرها قابل تعریف است (زمان کیهانی). همچنین نشان دهید نسبت فاصله‌ها در چنین عالمی ثابت می‌ماند.

۴- پارادوکس آلبر (Olber) را تبیین نمایید. چه پیش فرضهایی در طرح آن بکار رفته است و حذف کدام یک می‌تواند پارادوکس را منتهی کند؟

۵- فاصله نسبی کهکشانها چقدر باشد تا سرعتهای خاص آنها (که معمولاً حدود چند صد کیلومتر بر ثانیه است) از سرعت انبساط عالم کمتر باشد؟

۶- بسط تیلور ضریب مقیاس (scale factor) را حول t_0 بنویسید و ضرایب بسط $\frac{a(t)}{a(t_0)}$ را مشخص نمایید. کمیت بی‌بعد $q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}$ به نام شتاب کاهنده شناخته می‌شود. رابطه این کمیت با ضریب جمله دوم را بدست آورید.

۷- نشان دهید میدان گرانش در فاصله r از مرکز توزیع جرمی با تقارن کروی، با میدان گرانش جرمی نقطه‌ای واقع در مرکز با جرمی برابر جرم محبوس در کره به شعاع r برابرست. به این مسئله، قضیه (کره) نیوتن نیز می‌گویند.

۸- اگر میدان گرانش نیوتنی به شکل $g = -\frac{GM}{r^2} + \frac{\Lambda c^2 r}{3}$ (دارای جمله‌ای مستقل از جرم مرکزی) اصلاح شده و قضیه کره نیوتن نیز همچنان برقرار بود، معادله فریدمان چگونه می‌شد؟

۹- نشان دهید عالم ایستا، تنها با $k > 0$ معنی دار است. در مورد پایداری عالم در این حالت بحث کنید.

۱۰- ماده‌ای با معادله حالت ثابت w را در عالمی که فضایی تخت باشد فرض کنید. رابطه ضریب مقیاس با زمان را در این عالم بدست آورید. ثابت هابل و شتاب کاهنده را در این حالت حساب کنید. عمر عالم را بطور دقیق محاسبه و با مقدار تقریبی $1/H$ مقایسه نمایید. تفاضل این دو مقدار را برای w های مختلف بررسی کنید. نمودار ضریب مقیاس نسبت به زمان را برای w مختلف رسم کنید.

۱۱- با استفاده از مسئله قبل نشان دهید که وجود ثابت کیهان‌شناختی باعث افزایش عمر پیش‌بینی شده عالم می‌شود.