

۱- بردار نامعین \mathbf{v} در روابط $\mathbf{b} \cdot \mathbf{v} = \lambda$ و $\mathbf{b} \times \mathbf{v} = \mathbf{c}$ صدق می‌کند. در این روابط \mathbf{b} ، \mathbf{c} و λ ثوابت معین هستند. \mathbf{v} را برحسب \mathbf{b} ، \mathbf{c} و λ به دست آورید. درباره تعداد روابط و تعداد مجهول‌های مسئله توضیح دهید.

۲- یک فزانورد در فضای عاری از گرانش، جرم m متصل به انتهای طنابی به طول R را به صورت دایروی با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخاند. قانون دوم نیوتن را در مختصات قطبی بنویسید و نیروی کشش طناب را محاسبه کنید.

۳- مکان نقطه P در سه بعد در مختصات کارتزین توسط بردار $\mathbf{r} = (x, y, z)$ داده می‌شود. همین مکان می‌تواند به کمک مختصات قطبی استوانه‌ای، ρ ، φ ، Z مشخص شود.

الف) به طور شماتیک سه مولفه مختصات قطبی استوانه‌ای را نشان دهید (برحسب مختصات کارتزین) و عبارات ریاضی متناظر را از روی شکل به دست آورید.

ب) مراحل مشابه الف را برای بردارهای یکه تکرار کنید. یعنی بردارهای $\hat{\rho}$ ، $\hat{\varphi}$ ، \hat{z} را برحسب بردارهای یکه \mathbf{r} به دست آورید.

پ) مولفه‌های شتاب را در مختصات استوانه‌ای محاسبه کنید.

۴- یک توب فولادی (به قطر ۲ میلی‌متر و چگالی ۷.۸ گرم بر سانتی‌متر مکعب) درون گلیسیرین (چگالی ۱.۳ گرم بر سانتی‌متر مکعب و گرانشی ۱۲ نیوتن ثانیه بر متر مربع در دما و فشار استاندارد) رها شده است. نیروی کشندی (drag force) غالب مسئله، رابطه خطی ۲.۸۲ است (در مسئله ۲.۲ کتاب مرجع).

الف) زمان مشخصه τ و سرعت نهایی v_{ter} را بیابید. چه قدر بعد از رها شدن از حالت سکون، توپ به ۹۵٪ سرعت نهایی خود رسیده است؟

ب) نسبت f_{quad} / f_{lin} در سرعت نهایی به دست آورید. آیا صرف نظر کردن از جمله درجه ۲ نیروی کشندی تقریب درستی بود؟ ($k = 1/4$)

۵- رسم مسئله ۲.۲۰ کتاب مرجع.

۶- یک توپ بیسبال به طور عمودی با سرعت v_0 به بالا پرتاب شده است و تحت تاثیر نیروی کشندی $f(v) = cv^2$ قرار می‌گیرد.

الف) معادله حرکت به سوی پایین توپ را بنویسید.

ب) v بر حسب y بنویسید. سرعت لحظه برخورد با زمین را به دست آورید.

پ) جواب حالت‌های خاص مقاومت هوا بسیار بزرگ و بسیار کوچک را تحلیل کنید.

موفق باشید.

دانشور