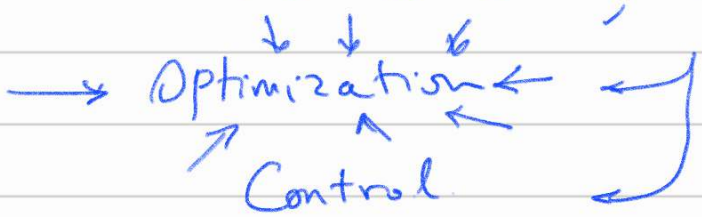
بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه ۲۱/۱۰/۱۴۰۰

* Genetic Algorithm (GA)

الگوریتم ژنتیک:

روشی است با الهام از طبیعت و تکامل ژنتیک از یک نسل به نسل بعدی



مدل ساده و کلاسیک ساده از الگوریتم ژنتیک را بررسی می‌کنیم.

Simple class of GA

Ref. Genetic Algorithm: Theory and applications

By, Ulrich Bodenhofer 2004

Most Relevant Properties and Advantages

① در روش MCMC $\{\theta\}_{Best}$ را بسیقه خود پیدا کردیم

$\{\theta\}_{old} \longrightarrow \{\theta\}_{New}$

در روش GA (حداقل در کلاس ساده آن) با متغیرهای کدشده کار می‌کنیم

$\{\theta\}_s$ ← Coding function ← Coding Variables: نسل قبل B_{old} → نسل بعد B_{New}

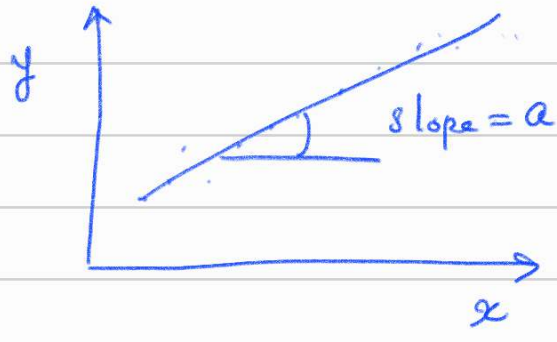
② در روش MCMC در هر مرحله یک مقدار $\{\theta\}$ را تولید می‌کنیم

$$\{\theta\}_{old} \longrightarrow \{\theta\}_{New}$$

P_{old} P_{New}

$$AR = \min\left\{1, \frac{P_{New}}{P_{old}}\right\}.$$

در روش GA در هر نسل یک مقدار قابل قبول $\{\theta\}$ را تولید می‌کنیم



$$y_{Theory} = a x$$

$$\{\theta\} = \{a\}$$

$$a \in [a_{min}, a_{max}]$$

$$MCMC \longrightarrow \{a\} \in [a_{min}, a_{max}] \longrightarrow \chi^2(a)$$

$$\longrightarrow \min\left\{1, e^{-\Delta\chi^2}\right\}$$

$\{a\}_{old} \longrightarrow \{a\}_{New}$ جستجو در فضای پارامتری

$$\chi^2_{min}(a = a_{best})$$

در GA

$$a \in [a_{min}, a_{max}] \qquad \Delta a = \frac{a_{max} - a_{min}}{N}$$

المان‌های جواب $\rightarrow a \in [a_{min}, a_{min} + \Delta a, a_{min} + 2\Delta a \ldots a_{max}]$

N تا عدد $\rightarrow$ ~~∞~~

تعداد افراد در هر نسل $\rightarrow N \equiv int\left[\frac{a_{max} - a_{min}}{\Delta a}\right]$

N تا عضو هر نسل

در هر مرحله با کلیه مقادیر مربوطه یا اندازه‌ی آن کار می‌کنیم

$$\{\theta\}_{best} = \{a\}_{best} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \chi^2_{min}(a, a_{best}) \\ P_{max}(a = a_{best}) \end{array} \right\}$$

(۳) شبیه MCMC در روش GA تدابیری داریم که در مکانیزم‌های توضیح داده نشده انجام می‌شود

GA $\left\{ \begin{array}{ll} \text{Cross-over} & \text{از بین نسل المان‌های جواب} \\ \text{Mutation} & \text{جهش} \end{array} \right.$ ابزارهای بهبود

مزایا $\left\{ \begin{array}{l} \text{مدل ساده GA} \\ \text{تعداد افراد در هر نسل ثابت} \end{array} \right.$

Simple Class of GA

model → $y_{(x)} = ax$ ← free Parameter ، تعداد عضو هر نسل ثابت و

y_{theory} ، $\{D\}, \{(x_i, y_i)\}$ → Data

$\{\theta\} = \{a\}$ ، $a = ?$ (best)

$a \in (-\infty, +\infty)$ ←

$N = \left| int\left[\frac{a_{max} - a_{min}}{\Delta a} \right] \right|$ ← $a \in [a_{min}, a_{max}]$, $\Delta a = ?$ ①

تعداد جمعیت N است. (تعداد کل جمعیت قابل دسترس)

② تعداد عضو جمعیت در هر نسل ← رشته ژنتیک (ژنوم ها)

$a \xrightarrow[func]{Coding}$

$n =$ تعداد ژنوم ها

ژنوم

(0 or 1)

$N = 2^n \longrightarrow n = \left| \frac{\ln N}{\ln 2} \right|$

تعداد ژنوم های یک آن و آن N عدد صحیح را نزدیک تر

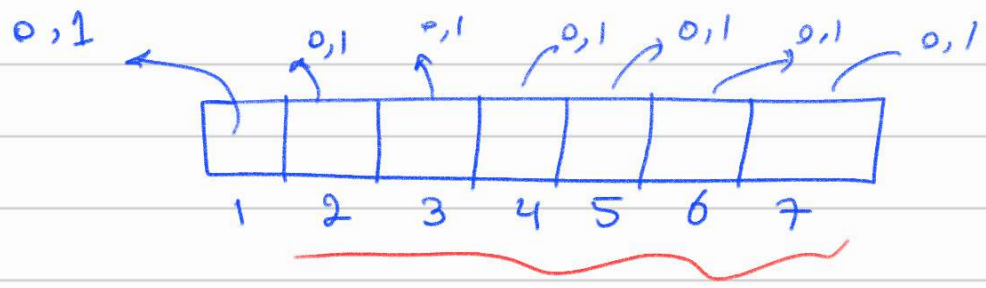
تعداد ژنوم های یک آن و آن N عدد صحیح را

قدم فرض

$0 \leq a \leq 1$

$\Delta a = 0.01$

$N = 100 \longrightarrow n = 7$



③ تعداد جمعیت در هر نسل $M \leq N$

$M \equiv$ # of Population in each generation

$\{a\} : \{a_{t1}, a_{t2}, a_{t3}, \dots a_{tM}\}$

↳ Coding function

$\{b_{t1}, b_{t2}, b_{t3} \dots b_{tM}\}$

↓ رشته‌های دوتایی هستند؟

a_{t1}

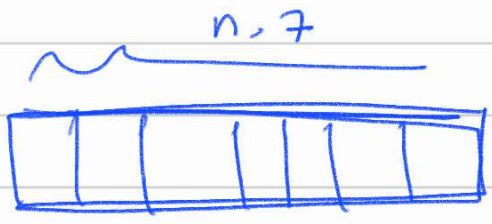
$b_{t1} \equiv b(t, i, j)$, $i = 1, M$

n ، ژن

t ↳ تعداد حلقه‌ی MCMC ، تراوش

$t_{s1}, \dots, T$

شرط متلاشی احصاد شود



④

$C(a_{ti}) \rightarrow$

عضو ام از نسل t ام

$$C(a_{ti}) = bin\left\{ round\left(2^n - 1\right) \frac{a_{ti} - a_{min}}{a_{max} - a_{min}} \right\}$$

مبنای 2

$$Decodin\{b_{ti}\} \rightarrow a_{ti} = a_{min} + \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ [n-1-i]\, 2^i \right\} \frac{a_{max} - a_{min}}{2^n - 1}$$

⑤

Check Fitness

$\{a_{ti}\}, \quad i=1, \dots, M$

تابع دیت نایی عضو ام از نسل t ام $= \mathcal{L}_{t,i} = \mathcal{L}(\{a_{ti}\}) = e^{-\frac{\chi^2(a_{ti})}{2}} \rightarrow$ Likelihood

↓ $i=1, \quad M$ برای هر عضوی در نسل

انرژی محاسبه می‌شود

$$\bar{f}_t = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} f_{ti}$$

$$\rightarrow R_{ti} = \frac{f_{ti}}{\bar{f}_t}$$

Goodness of i^{th} member in t^{th} generation

↓

میزان بهتر بودن ژن عضو i ام نسل t نسبت به میانگین آن نسل

④ تا الان خواص نسل t را شمردیم ← تولید نسل $t+1$ چطور؟ با چه چیزهایی از نسل t؟

☆ $i=1 \ldots M$, $M=c+s$ مدل ساده

☆ $b(t,i,j) = ?$

$i=1, \ M$

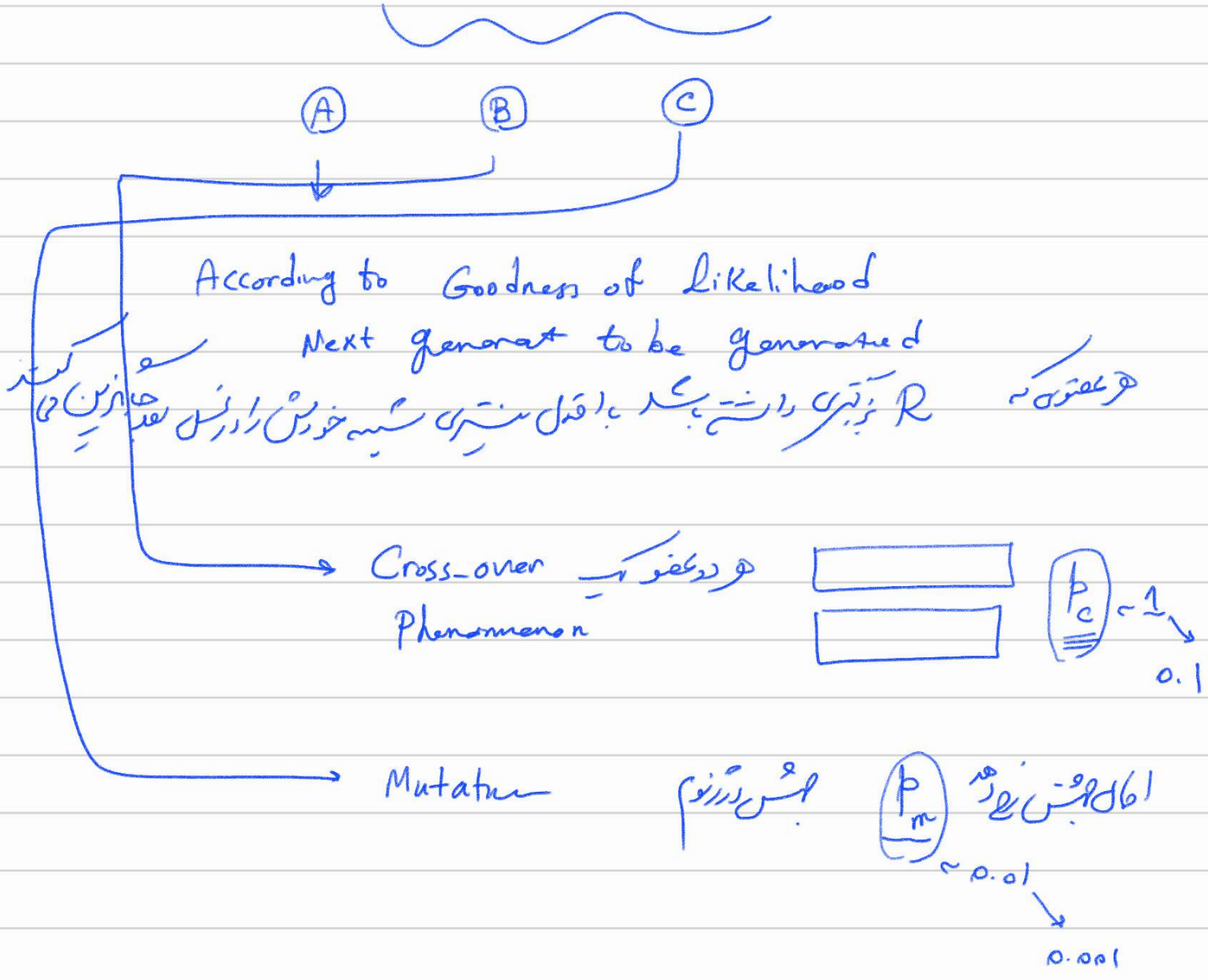
$j=1, \ n$

n

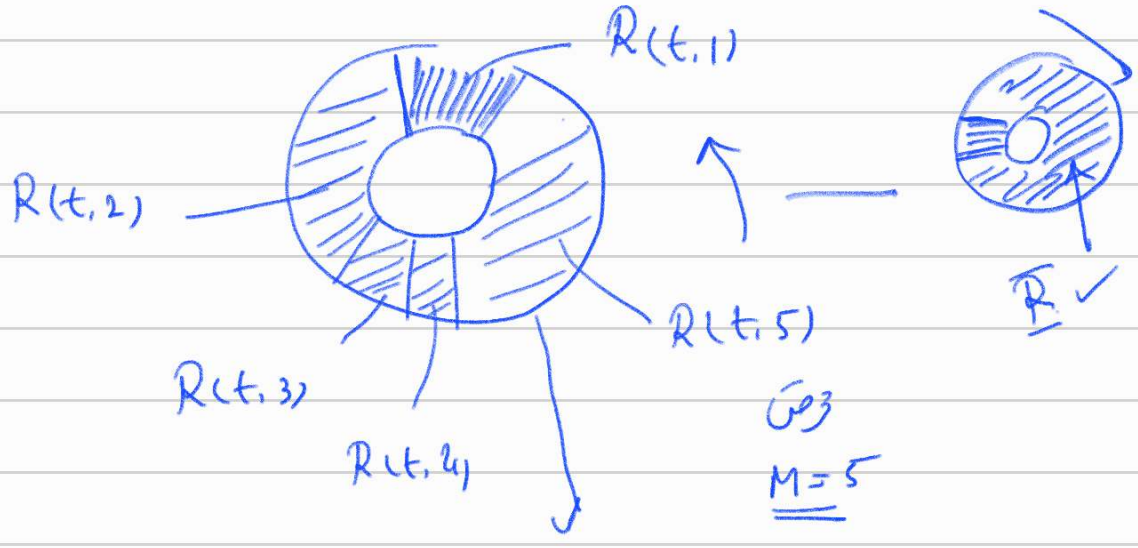
$$R(t,i) = \frac{f(t,i)}{\bar{f}(t)}$$

☆ $b(t,i) \longrightarrow b(t+1,i) = ?$

رشته ژنتیک عضو i ام در نسل t — رشته ژنتیک عضو i ام از نسل $t+1$



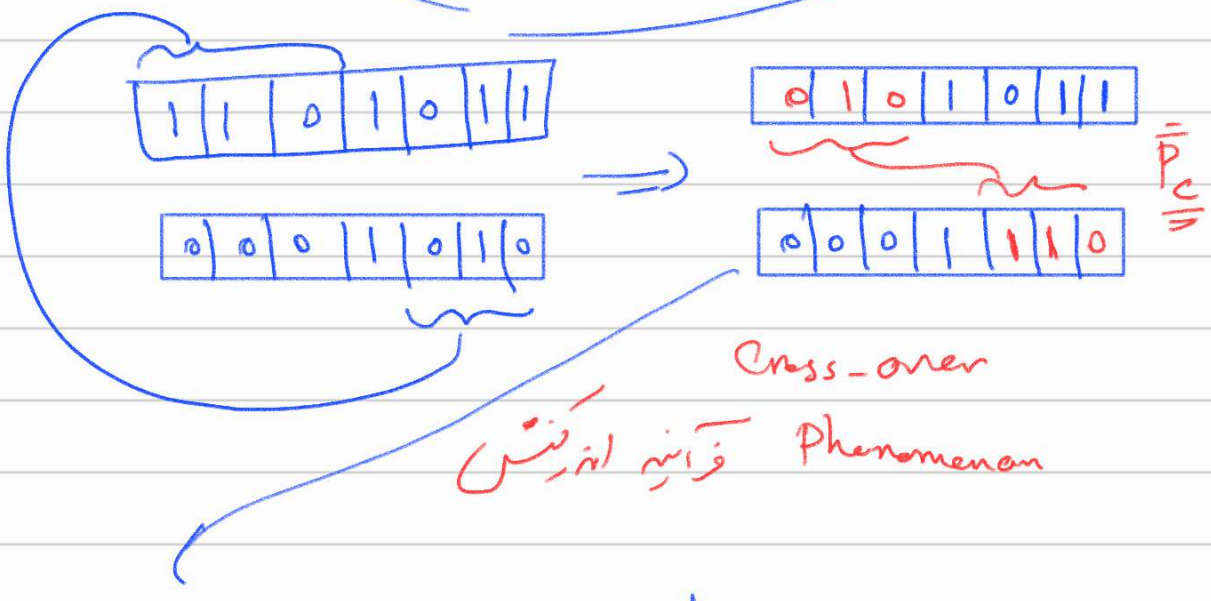
(A) Roulette wheel Selection method



آن عضوی که R نزدیکتر داشته باشد احتمال بیشتری کاندیدای مولد نسل بعد خواهد بود.

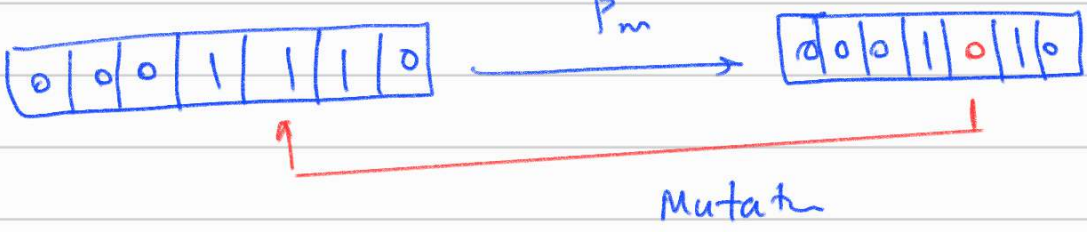
Cross-over ← ۵ تا جفت تصادفی انتخاب میکنیم

(B) $\binom{M}{2} = \frac{M(M-1)}{2}$ تعداد جفت‌ها



Cross-over

فرآیند اثر نتش Phenomenon



(C)

Mutation

نهایتاً اعضای نسل بعد خلق می‌شوند

$b_{t+1}^{(i)} \qquad i = 1, \quad M$

$$\mathcal{L}(t+1,i) = e^{-\frac{\chi^2(t+1,i)}{2}}$$

$R(t+1,i)$ s ✓

چهار از شرط‌های حلقه‌ی برای توقف الگوریتم (تولید نسل)

* ① $R(t,k) \cong R(t,i)$ یک درصد جمعیت شبیه هم باشند

$\forall\ i,k \in [1, M]$

* ② L_{max} در صورت وجود، طلاق اولی در حضرص

غالب اعضای نسل ← L_{max} نزدیک بسته بشند

* ③ $$\sigma_a^2(t) = \frac{1}{M} \sum_{M=1}^{M} [a(t,i) - \bar{a}(t)]^2$$

$$\sigma_a^2(t) \ll \Delta \leftarrow$$

Point:
$$\begin{cases} P_c \sim 1.0 \longrightarrow P_c \sim 0.7 - 0.1 \\ P_m \sim 0.1 \longrightarrow P_m \sim 0.001 \end{cases}$$

GA Algorithm (Simple class)

$a \in [a_{min}, a_{max}]$ — $a_{best} = ?$

- a_{min} ✓
- a_{max} ✓
- Δa ✓

$M \leq N = \left| \frac{a_{max} - a_{min}}{\Delta a} \right|$ ✓

$n = \left| \frac{\ln N}{\ln 2} \right| + 1$ تعداد ژن‌های هر رشته

- $\Delta =$ عدد کوچک
- Convergence = عدد بزرگ

Generating M members in first Generation

$\bar{L} = 0$

loop $i = 1, M$

X = call Random

تولید M عضو نسل اول $a(i) = (a_{max} - a_{min}) X + a_{min}$

$L(a(i))$ ✓

$\bar{L} = \bar{L} + L(a(i))$

End loop

$\bar{L} = \bar{L} / M$

loop $i = 1, M$

$R(1,i) = \frac{L(a(i))}{\bar{L}}$ ← Relative fitness — نسل اول

تولید نسل بعد

Making Genetic Code

loop i=1, M

  loop j=1, n

    b(1, i, j) = Coding (a(i,j))

  End loop

End loop

الگوریتم ژنتیک نسل اول تولید می‌شود.

Do while (Convergence > Δ)

Ⓐ Roulette wheel algorithm

Ⓑ Cross over $(P_c(t))$

Ⓒ Mutation $P_m(t)$

b(t+1, i, j) ← نسل t+1 تشکیل می‌شود ✓

b(t+1, i, j) —Decode→ a(t+1, i)

$\mathcal{L}(a(t+1,i))$ ✓

$R(t+1,i) =$ ✓

$\text{Convergen} \equiv |\bar{\mathcal{L}}(t+1) - \bar{\mathcal{L}}(t)|$

or other criteria

End loop

Print Results ✓