باسمه تعالی

امتحان میان‌ترم دوم ریاضی فیزیک ۲ نام و نام خانوادگی وقت ۲ ساعت تاریخ ۹۳/۲/۱۱ ۷۵ نمره

۱- متوسط بردار سرعت و متوسط تندی ذرات غبار به جرم متوسط یک میلی‌گرم در کلاسی به حجم ۳۰۰ مترمکعب با دمای ۲۳ درجه سانتیگراد را محاسبه نمایید. واریانسهای هر کدام چقدر است؟ (راهنمایی: احتمال پیدا کردن غباری که دارای سرعت $\vec{v}$ و $\vec{v}+d\vec{v}$ باشد در حجم dV برابر است با $\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{E}{kT}\right)dVdE$ که در آن E انرژی ذرات غبار است. از انرژی پتانسیل گرانشی و برهمکنش بین ذرات صرف نظر نمایید. $k=1.38\times10^{-23}J/K$). (۲۰ نمره):

۲- با توجه به خواص توابع گاما نشان دهید: $|\Gamma(\alpha+i\beta)|=|\Gamma(\alpha)|\prod_{n=0}^{\infty}\left[1+\frac{\beta^2}{(\alpha+n)^2}\right]^{-0.5}$ (۱۰ نمره)

۳- در اول فروردین ماه ۱۳۹۲ ماهواره پلانک رصد جدیدی را از تابش زمینه کیهانی منتشر ساخت بر اساس آن دمای این تابش $T=2.7255$ کلوین به دست آمد. چگالی انرژی این تابش را محاسبه نمایید. (راهنمایی: انرژی کل یک شاره فوتونی مبتنی بر تابع توزیع بوز- اینشتین به صورت انتگرال روبرو داده می‌شود: $U(T,V)=\frac{4\pi}{(hc)^3}\int d^3x\int_0^\infty d\varepsilon\,\frac{\varepsilon^3}{e^{\varepsilon/kT}-1}$.
$h=6.63\times10^{-34}J.s$) (۱۰ نمره)

۴- با استفاده از دستورالعمل گرام- اشمیت سه جمله اول چند جمله‌ای‌های لاگر را به دست آورید؟ (راهنمایی: $\int_0^\infty L_m(x)L_n(x)e^{-x}dx=\delta_{mn}$)(۱۰ نمره)

۵- الف : برای معادله دیفرانسیل روبرو شرایط کامل بودن را بدست آورید: $F(x,y)\to dF=\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{y=fixed}dx+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_{x=fixed}dy$

ب: برای معادله روبرو کامل بودن را بررسی کنید $dF=\left(3xy^2+1\right)_{y=fixed}dx+\left(x^2+y^2\right)_{x=fixed}dy$ (۱۰ نمره)

۶- معادله مستقل از زمان شرودینگر به صورت $-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi=E\Psi$ است که در آن Ψ را اصطلاحاً تابع موج می نامند. با کمک روش جداسازی متغیرها در مختصات استوانه‌ای معادله فوق را به معادلات دیفرانسیل تک متغیره تبدیل نمایید. (۱۰ نمره)

۵ نمره به خوانایی تعلق دارد

شرط خِرَد حفظ تجربه‌ها و به کار بستن آنها است (امام علی (ع))

موفق باشید،

موحد