

۱- المان حجم و سطح را با در نظر گرفتن تبدیلات زیر در دستگاه مختصات جدید بنویسید: (۱۵ نمره)

$$x = vu \quad y = w + u \quad z = uvw$$

۲- کلی ترین تعداد اجزای مستقل یک ماتریس یکانی 2×2 را تعیین کنید و آنرا بنویسید. (۲۰ نمره)

۳- اگر P ماتریس ناکمین باشد و $P^{-1}AP = G_A$ $P^{-1}BP = G_B$ به طوری که $G_B = \tilde{G}_B$ $G_A = \tilde{G}_A$ و همچنین هر دو بالامتثلی باشند، نشان دهید که A, B با هم جابجا می شوند. (۱۰ نمره)

۴- عملگر $T(t)$ تغییری را بر روی تابع موج به صورت $T(t + \varepsilon)\Psi(x, t) = \Psi(x, t + \varepsilon)$ ایجاد می کند در صورتی که ε خیلی کوچک

$$T(t + \varepsilon, t) = \frac{I - \frac{i\varepsilon H(t)}{2\hbar}}{I + \frac{i\varepsilon H(t)}{2\hbar}}$$

باشد فرض کنید که بتوان نوشت: در صورتی که T یکانی باشد نشان دهید که H هرمیتی است. (۱۰ نمره)

۵- خواص شارهایی که در آنها به دلیل وجود ذرات باردار، اثرات الکترومغناطیسی بسیار پراهمیت است عموماً در بحث فیزیک پلاسما مورد بررسی قرار می گیرد. با توجه به معادلات جفت شده میدان الکتریکی، مغناطیسی، چگالی و انرژی مربوط به این سیستم ها می توان بقای اندازه حرکت خطی را به صورت زیر نوشت:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = -\nabla p + \frac{1}{4\pi}(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} + \rho g + \rho \mathcal{W}^2 \vec{v}$$

در صورتی که

$$\vec{v}(x, y, z, t) = v_0(t) \sin(kx)\hat{i} + v_0(t) \cos(ky)\hat{j}$$

$$\vec{B}(x, y, z, t) = B_0 \cos(ky)\hat{i} + B_0 \exp(-xz)\hat{k}$$

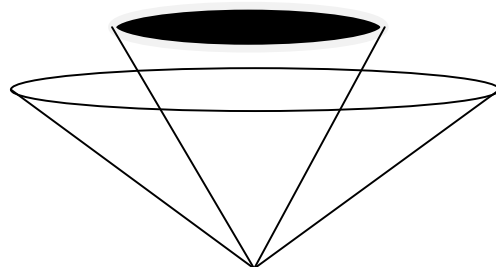
$$p(x, y, z, t) = p_0 \exp(-xyz)$$

در سیستم مختصات دکارتی و کروی معادله بالا را محاسبه نمایید. (توجه کنید که بردارهای یکه را نیز باید در سیستم مختصات کروی بنویسید) (۲۰ نمره)

۶- فرض کنید که درون یک خازنی به شکل زیر که تا بی نهایت ادامه دارد پتانسیل الکترواستاتیک به صورت $\Phi(\theta)$ باشد. در صورتی که

$$\Phi(\theta = \alpha_2) = V, \quad \Phi(\theta = \alpha_1) = 0$$

پتانسیل را برای هر زاویه ای در بازه $\alpha_1 \leq \theta \leq \alpha_2$ در مختصات کروی بیابید. (۲۰ نمره)



۵ نمره به خوانایی تعلق دارد

شرط خیرد حفظ تجربه ها و به کار بستن آن است (امام علی (ع))

موفق باشید

موحد