باسمه تعالی

امتحان میان‌ترم اول ریاضی فیزیک ۱ نام و نام خانوادگی وقت ۲/۵ ساعت تاریخ ۹۲/۸/۹ ۷۰ نمره

۱- اتحادهای زیر را اثبات کنید: (۲۰ نمره)

الف: $\int d\vec{S} = 0$ برای یک سطح در n بُعد **ب:** $\vec{\nabla}\cdot(\nabla^2\vec{F}) = \nabla^2(\vec{\nabla}\cdot\vec{F})$

ج: $\vec{\nabla}(\vec{A}\cdot\vec{B}) = (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} + (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A} + \vec{A}\times(\vec{\nabla}\times\vec{B}) + \vec{B}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})$ **د:** $\int \vec{V}\times d\vec{S} = -\int \vec{\nabla}\times\vec{V}d\tau$

۲- با توجه به معادلات ماکسول در الکترومغناطیس یعنی

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0, \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \mu_0\vec{J}, \quad \varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

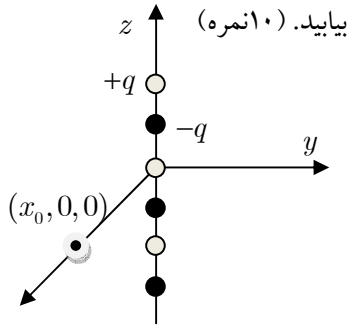
و پتانسیل اسکالر، φ، و پتانسیل برداری، $\vec{A}$، هنگامی که داشته باشیم $\vec{\nabla}\cdot\vec{A} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0$ (پیمانه لورنتس نام دارد) نشان دهید:

$$\nabla^2\vec{A} - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0\vec{J}$$

$$\nabla^2\varphi - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

(راهنمایی: کافی است به جای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی از پتانسیلهای اسکالر و برداری به نحومناسبی استفاده کنید) (۲۰ نمره)

۳- با توجه به خصوصیت تابع دلتای دیراک، میدان الکتریکی حاصل از پیکربندی زیر را در نقطه $(x_0,0,0)$ بیابید. (۱۰نمره)



(راهنمایی: میدان الکتریکی ناشی از یک بار که در مبداء مختصات قرار دارد در مکان $\vec{r}$ برابر است با: $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3}$ همچنین تابع چگالی بار برای این شکل به صورت $\rho(x,y,z) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} q(-1)^k\delta(x)\delta(y)\delta(z-ka)$ داده می‌شود)

۴- سرعت خاصه ساختارها و کهکشانها: در یک کیهان همگن و همسانگرد، انبساط کیهانی سبب می‌شود که همه اجسام در راستای خط واصل از یکدیگر، دور شوند. فیزیکدانان با اندازه‌گیری انتقال به سرخ دوپلری نورِ اجرام مختلف، می‌توانند سرعت دورشدن آنها را از ما تعیین کنند. به دلیل وجود ناهمگنی‌ها، برخی از اجسام نه تنها از ما دور نمی‌شوند بلکه به ما نیز نزدیک می‌شوند، بنابراین به جای انتقال به سرخ انتقال به آبی خواهیم داشت. بنابراین می‌توان بردار سرعت یک جسم نسبت به ناظر را در حالت کلی به صورت $\vec{V} = \vec{V}_{||} + \vec{V}_{\perp}$ نوشت که در آن $\vec{V}_{||}$ مؤلفه سرعت در راستای خط واصل ناظر و جسم است (آنرا سرعت هابلی نیز می‌نامند) و $\vec{V}_{\perp}$ مؤلفه سرعت عمود بر راستای خط واصل ناظر و جسم است. **ابتدا قضیه هلمهولتز را تبیین کنید. سپس با کمک آن نشان دهید که اگر** $\vec{\nabla}\times\vec{V}_{\perp} = 0$ **باشد (اختلالات اولیه بی‌دررو)، می‌توان فقط با کمک اطلاعات مربوط به اثر دوپلر معمولی، بردار سرعت،** $\vec{V}$ **را تعیین کرد.** (۱۵ نمره)

۵ نمره به خوانایی تعلق دارد

عقل کامل نمی‌شود مگر با پیروی از هوی (امام حسین (ع))

موفق باشید

موحد