Stat990820

جلسه ۲۰ / ۸ / ۹۹ — بسم الله الرحمن الرحیم

⑥ Macroscopic Coordinates (Quantities)

(کمیت‌ها) مختصات های ماکروسکوپیک

- علی‌الاصول هیچ گونه فرضی درخصوص نوع ماده ندارند
- تعدادشان کم است
- غالباً به حواس ، بستگی دارند

V, P, T, E, B

⑦ Microscopic Coordinates (Quantities)

- مستقیماً مرتبط می‌شوند به درون سیستم و فرض‌هایی از نوع ماده به همراه دارند
- تعدادشان زیاد است
- مستقیماً قابل اندازه‌گیری نیستند

مثال : احتمال پیدا شدن یک مولکول در $(\vec{r}, \vec{v})$

⑧ Kinetic Theory

تلاش می‌کند که خواص گازها را بررسی کند و این بررسی مبتنی بر توزیع انرژی یک ذرات است

$P(\vec{v})\, d\vec{v} \equiv$ ✓ →

احتمال پیدا شدن ذره‌ای که دارای سرعت $\vec{v}$ و $\vec{v}+d\vec{v}$ باشد

$$\frac{dP}{dt} = C[P]$$

← Diffusion — مطالعه مواردی همچون

Brownian motion

far from Equilibrium

Collision Term　　　　Transport

"Boltzmann Equation"　　　<u>Semi</u>-<u>classical</u> Equation

(9) Statistical Mechanics

همان هدف ترمودینامیک را دارد ← به توصیف ماکروسکوپیک سیستم‌های بس ذره‌ای برسد.
از نقطه شروع آن مختصات ماکروسکوپیک نیست. اما نقطه شروع در مکانیک آماری درون سیستم است
توجه به وضعیت میکروسکوپی به منظور توصیف خواص ماکروسکوپیک.
توصیفاتی که مکانیک آماری به دست می‌دهد در حد ترمودینامیک ($N\to\infty$ / $V\to\infty$) همان رفتار ترمودینامیکی است
ضمناً در مکانیک آماری به چگونگی <u>توزیع انرژی</u> بین ذرات <u>درون سیستم</u> توجه می‌شود.

اگر ریزحالت‌هایی وجود داشته باشند با انرژی معین، همه با احتمال یکسان اشغال می‌شوند.

(10) Different Regimes of Systems

* <u>Classical</u> and <u>Quantum</u> Regimes

$$n = \frac{N}{V}$$

$$\lambda_d \equiv \left(\frac{h^2}{2\pi m K_B T} \right)^{1/2}$$ de broglie wavelength

طول موج دوبروی

$$n \lambda_d^3 \ll 1 \longleftarrow$$ رژیم ذره‌ای (کلاسیک)

$n\lambda_d^3 > 1 \longleftarrow$ اثرات همپوشانی ذرات زیاد است

(کوانتومی)

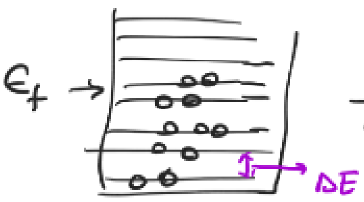
Degenerate and Non-Degenerate

(واگن / تبهگن) (غیر تبهگن)

$T \ll T_f$ (دمای فرمی)

Highly Degenerate system

آخرین ترازی که انرژی پرشده است $\underline{\epsilon_f = K_B T_f}$ دمای فرمی $\leftarrow$ انرژی فرمی



$T \ll T_f \longrightarrow$ ذرات سیستم به اندازه کافی انرژی ندارند (چون دما کم است) که بتوانند به ترازهای بالاتر بروند

$T \gtrsim T_f \rightarrow$ غیر تبهگن

$p_f = \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{1/3} h \longrightarrow \epsilon_f = p_f c \leftarrow$ نسبیتی کوانتومی

اندازه حرکت

$\rightarrow \epsilon_f = p_f^2 / 2m \rightarrow$ غیر نسبیتی کوانتومی

$$\boxed{\epsilon^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

$n\lambda_d^3$

دقیق‌تر است $\leftarrow$ $\Delta E \ll K_B T \leftarrow$ کلاسیک یک معیار دیگر

گسستگی بین ترازهای انرژی توسط ذرات دیده نمی‌شود

Relativistic and Non-Relativistic

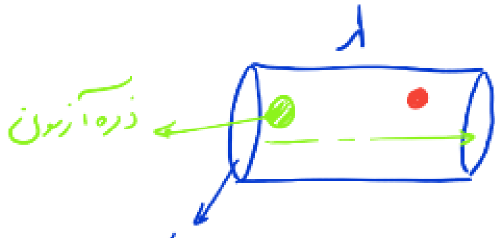
نسبیتی $pc > m_0 c^2$

Ultra-Relativistic Regime ← $PC \gg m_0 c$ → Example (14.11) Greiner

غیرنسبیتی ← $PC < m_0 c^2$

→ $\boxed{KT \gg m_0 c^2}$

* Collisional and Non-Collisional System



سطح مقطع برخورد

تقاضا

$$\sigma \lambda \times n = 1$$

حتماً در این ناحیه فرضی یک ذره وجود دارد.

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n}$$

Mean free path

طول پویش آزاد : متوسط طولی که ذره طی می‌کند که فقط در طی این مسافت حداکثر یک برخورد دارد.

λ: فاصله متوسط بین دو برخورد متوالی

$\lambda \gg L$ → ذرات همدیگر را نمی‌بینند

ذرات فقط دیوار را می‌بینند

Mean free Path (λ)

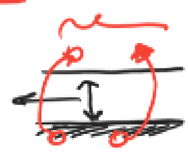
System size (L)

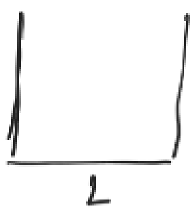
غیر برخوردی.

تعداد بسیار کمی حامل بار

$\lambda < L$ برخوردی

Energy Gap





$\lambda \simeq L$ Mesoscopic System

اگر در نظر بگیریم که ذرات با سرعت متوسط v حرکت می‌کنند

$$\lambda = v \tau$$

فاصله زمانی بین هر دو برخورد متوسط → $\tau = \lambda / v = \dfrac{1}{v n \sigma}$

$\tau \ll T_0 \rightarrow$ سن سیستم ازشون

برخوردی است $\leftarrow \tau \ll T_0$

غیر برخوردی است $\leftarrow \tau > T_0$

آهنگ برخورد $\Gamma = \dfrac{1}{\tau}$

برخوردی است $\Gamma \ll \Gamma_0 \leftarrow$ آهنگ مشخصه
حس دیدن ذرات

غیر برخوردی. $\Gamma \gg \Gamma_0$

برهمکنش   غیر برهمکنش

※ Intractive   non-Intractive   System

$p^2/2m \rightarrow$ Free-Particle System

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{Intraction}}$$

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 \gg \mathcal{H}_{\text{Intrac}} \rightarrow \text{غیر برهمکنشی} \\ \mathcal{H}_0 \lesssim \mathcal{H}_{\text{intract}} \text{ — } \text{برهمکنشی} \end{cases}$$

$p \rightarrow \dfrac{\partial}{\partial x} \qquad [p] \sim \left[\dfrac{1}{r_s}\right]$

$r_s \rightarrow$ شعاع کره‌ای که فقط شامل
یک ذره است

$$\boxed{r_s = \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3}} \leftarrow \frac{4}{3}\pi r_s^3 \times n = 1$$

$\mathcal{H}_{\text{Intract}}$ e.g. $\rightarrow \quad [\mathcal{H}_{\text{Intr}}] \sim \dfrac{1}{r_s}$

$\mathcal{H}_0 \sim p^2/2m \qquad [\mathcal{H}_0] \sim \dfrac{1}{r_s^2}$

$$\left[\frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_{Interaction}}\right] \sim \left[\frac{1}{r_s}\right]$$

اگر r_s خیلی کوچک شود ← $\frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_{Int}}$ بزرگ می‌شود ← غیر برهمکنشی است

اگر r_s خیلی بزرگ شود ← $\frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_{Intra}}$ کوچک می‌شود ← برهمکنشی

$$U = \overset{\mathcal{H}_{Int}}{\mathcal{H}_{Poten}} + \mathcal{H}_{Kin}$$

در سیستم N ذره‌ای که در فاصله خیلی دور از هم قرار گرفته‌اند

سیستم گرانشی

ذرات به سمت هم با سرعت زیاد حرکت می‌کنند (می‌رسند) ←

اصطلاحاً سیستم ویریال (Virialized) شده است ←

به همین دلیل است که کهکشان‌ها از هم کل در سیاهچاله تبدیل نمی‌شوند

Virial Theorem $\left\langle p_i \cdot \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \right\rangle = K_B T$

متوسط گیری

$\mathcal{H}_{intr} \sim r^{\alpha}$ $\boxed{\langle \mathcal{H}_{Kint} \rangle + \frac{\alpha}{2} \langle \mathcal{H}_{int} \rangle = 0}$

نه فرار می‌کنند نه به هم می‌رسند ← ویریالی شده است

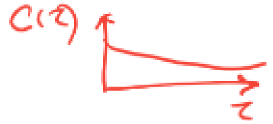
---

(11) Correlation همبستگی

$$D = \frac{\langle (x-\langle x \rangle)(y-\langle y \rangle) \rangle}{}$$

$Pearson = R = \dfrac{\cdots}{\sqrt{\langle (x-\langle x\rangle)^2\rangle\langle (y-\langle y\rangle)^2\rangle}}$ همبستگی بین داده x و y را نشان می‌دهد

$-1 \leq R \leq +1$



بحث مفصل این موضوع
فیزیک محاسباتی

Correlation

- **Value**
  - Correlation Coefficient
  - Correlation function: $C(\tau) = \langle x(t)\, x(t+\tau)\rangle$ ($x \to y$)
- **Relation**
  - Auto-Correlation
  - Cross-Correlation
- **Statistics**
  - Two-Point Correlation
  - n-Point Correlation
- **Type**
  - Weighted Correlation
  - Un-Weighted Correlation

مکانیک آماری پیشرفته ۲ در بخش سیستم‌های ایزینگ

$$C_{xy}(\tau) = \langle \tilde{x}(t)\, \tilde{y}(t+\tau)\rangle$$

تابع همبستگی ضربی وزن دار

اصلا : غیروزن دار

جلسه آینده

- نحوه تعادل ترمودینامیکی
- قوانین ترمودینامیک