بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه ۱۵/۱۲/۱۴۰۲ فیزیک جدید

* 1.2: Deficiencies in Classical Concepts of Space and Time

* 1.3: Deficiencies in classical theory of Particle Statistics

آمار ذرات

Maxwell-Boltzmann (MB) ← آمار کلاسیک

{ Bose-Einstein: (BE) / Fermi-Dirac: (FD) } ← خواص کوانتومی را در نظر می‌گیرد

{ Operator-Algebra / Matrix-Algebra } ← به عنوان ابزار در فیزیک کوانتومی استفاده می‌کنیم

آمار کوانتومی

تابع موج سیستم بس ذره‌ای

Many-Body System wavefunction

Well-Defined Symmetry

تقارن موضع تعریف

* More about Lagrangian and Hamiltonian

جنس انرژی — L — $\mathcal{H}$

① Generalized Coordinate ← مختصات تعمیم یافته

$\vec{r}(\vec{q})$, $\vec{q} = \{q_1, q_2, \dots q_n\}$

$q_1 = r$

$q_2 = \theta$

$q_3 = \phi$

Ex 2D

$\vec{r} = (x, y) = q(r, \theta)$

$q\{r, \theta\}$

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

② N-Body System in 3D (3-Dimension)

$x_i(q_1, q_2, \dots, q_n, t) \qquad i = 1, \dots, 3N$

$q(r, \theta, \varphi)$
$K = 1, 2, 3 \quad n = 3$

$$\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial x_i}{\partial t} + \sum_{K=1}^{n} \frac{\partial x_i}{\partial q_K} \frac{dq_K}{dt}$$

$$v_i = \dot{x}_i = \frac{\partial x_i}{\partial t} + \sum_{K=1}^{n} \frac{\partial x_i}{\partial q_K} \dot{q}_K$$

③ Kinetic Energy (Classical Form)

$$T = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i \left[\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2 \right]$$

$$= \sum_{i=1}^{3N} \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2 \qquad x_i = \{x, y, z\}_{i=1,N}$$

④

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_K} = Q_K + \frac{\partial T}{\partial q_K}$$

نیروهای پایستار تعمیم یافته $\quad Q_K = -\frac{\partial V}{\partial q_K}$ نیروهای ناپایستار

Ex $T = \frac{1}{2} m \dot{x}_i^2 + x^{\alpha}$ $\quad q = x$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} = m \dot{x}_i$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i}\right) = \frac{d}{dt}(m \dot{x}_i)$$

$$= -\frac{\partial V}{\partial x_i} + \frac{\partial T}{\partial x}$$

⑤ $L \equiv T - V$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_K} = \frac{\partial L}{\partial q_K}$$ ← Lagrange Equation

نیروها پایستار هستند، ناوردی نیز

1D, $N = 1$

Ex: $L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} K x^2 \qquad q = x$

T $\quad V$ $\quad$ Coefficients

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} \longrightarrow \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{d}{dt}(m\dot{x}) = m\ddot{x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -Kx$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial L}{\partial x}$$

$$-m\ddot{x} - Kx = 0$$

$$m\ddot{x} = -Kx \longrightarrow m\ddot{x} + Kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m} x = 0$$

Simple Harmonic motion

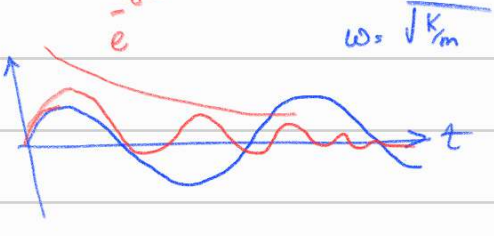
$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

$$\omega = \sqrt{K/m}$$

$$m\ddot{x} + Kx + \gamma \dot{x} = f(t)$$

if $f(t) = 0$

$e^{-\delta t}$



⑥ $L(q_i, \dot{q}_i) \longrightarrow \mathcal{H}(q_i, p_i)$

هامیلتونی — انرژی کل

Legendre Transformation

$L(q, \dot{q}) \longrightarrow \mathcal{H}(q, p)$

$\mathcal{H}(q, p) = \dot{q}p - L$

$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_k} = -\dot{p}_k$, $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_k} = \dot{q}_k$

$L = T - V = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}Kx^2 \longrightarrow \mathcal{H} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}Kx^2$

$p = m\dot{x}$

$\mathcal{H} = T + V$

$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$

$\mathcal{H}(q, p) \longrightarrow d\mathcal{H} = p\,d\dot{q} + \dot{q}\,dp - \frac{\partial L}{\partial q}\,dq - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\,d\dot{q}$

$d\mathcal{H} = \dot{q}\,dp - \frac{\partial L}{\partial q}\,dq$

(q, p)

Page 87

Greiner (Thermodynamics and statistics)

$\rho \sim e^{-\beta \mathcal{H}}$ اصل انتقال کمترین انرژی $\mathcal{H}$

$\beta = \frac{1}{K_B T}$ در دمای

1.2 Deficiencies in Classical Concepts of Time and Space

آزمایش ذهنی انیشتین 1905

* Time

بر اساس برهم‌کنش نیوتنی زمان کمیتی مطلق و برای همه ناظرها است

High Energy Collisism of Particles

Pion(π) Production $v=0$ $t_\ell^{(R)} = 26.0 \times 10^{-9}$ sec at Rest frame

بر اساس تبدیل نیوتنی

$t_\ell^{(v)} - t_\ell^{(R)}$ دلیل آزمایشی برای زمان مطلق

$v \sim 2.737 \times 10^8$ m/s $t_\ell^{(v)} = 63.7 \times 10^{-9}$ sec

91.3% Light speed

طول عمر ذره‌ای با سرعت v نسبت به ناظر ساکن

* Space

فاصله در دستگاه ناظر ساکن

$D_{AB} = t_\ell^{(v)} \times v = 63.7 \times 10^{-9}\,s \times 2.737 \times 10^8$ m/s

$= 17.4$ m

طولی که از نظر ناظر π قبل از نابودی طی می‌کند از نظر ناظر آزمایشگاه

$D_{AB}^{R} = t_\ell^{(R)} \times v = 26.0 \times 10^{-9}\,s \times 2.737 \times 10^8$ m/s

فاصله A تا B از دید ناظر همراه π $D_{AB}^{(R)} = 7.11$ m

$D_{AB}^{(R)} \neq D_{AB}^{(v)}$

آزمایش تولید و نابودی π ← فهم ما از تبدیل مطلق فضا-زمان تغییر داد

* Velocity

Additivity of Velocity

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CB}$$

$\pi \to \mu$

$v_{\mu\pi} = 0.813 \times 10^8 \ m/s$

$v_{\pi R} = 2.737 \times 10^8 \ m/s$

$$\vec{v}_{\mu R} = \vec{v}_{\mu\pi} + \vec{v}_{\pi R}$$

$$= 0.813 \times 10^8 \ m/s + 2.737 \times 10^8 \ m/s$$

$$= 3.55 \times 10^8 \ m/s > c$$

$v_{\mu R} < c$

نتیجه جمع سرعت‌ها در سرعت‌های کم درست نیست

والبته بدیهی است که سرعت‌های پایین یعنی $v \ll c$ نیز با حفظ کرامت فیزیک چشم پوشی می‌شود

نتایج را خواهیم دید.

More about Legender Transformat

① $L(q, \dot{q}) \longrightarrow H(q, p) = \dot{q}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - L$

$= \dot{q}p - L$

② $U(S, V)$ ≡ Internal Energy

↓

$F(T, V) = U - S\frac{\partial U}{\partial S} = U - ST$ (Helmholtz Energy)

$$dF = dU - S dT - T dS$$

$$= T\cancel{dS} - P dV - S dT - \cancel{T dS} =$$

$$F = -S dT - P dV$$

③ $U(S,V) \longrightarrow H(S,P) = U - V\frac{\partial U}{\partial V}$

Enthalpy

$$H(S,P) = U + PV$$

$$dH = dU + P dV + V dP$$

$$= T dS - \cancel{P dV} + \cancel{P dV} + V dP$$

$$dH(S,P) = T dS + V dP$$

↑ ↑