بسم الله الرحمن الرحیم ۱۴۰۲/۱۲/۱

1.1 Review on classical physics

Asymptotic Relation ارتباط مجانبی

e.g. Classical Regime $\longleftrightarrow$ Quantum Regime

رژیم کلاسیکی رژیم کوانتومی

$\boxed{\text{Discrete}}$

$N \equiv \#$ of Particle
$\bar{V} \equiv$ Volume

$\Big\}$ thermodynamical limits

$\lim N \to \infty$ $\lim\limits_{\substack{V\to\infty \\ N\to\infty}} \frac{N}{V} \to O(1)$

$\lim \bar{V} \to \infty$

$O(\bar{V}) \sim O(N)$

$v \to$ حجم هر ذره حجم نوعی ذره

$\boxed{\boxed{v \lll \bar{V}} \to \lim\limits_{\bar{V}\to\infty}}$

$n = N/\bar{V}$ = Number Density چگالی تعداد

$\boxed{\text{equiv}}$

$$\lambda_T \equiv \left(\frac{h^2}{2\pi m k_B T}\right)^{1/2} \equiv \text{thermal wavelength}$$

ترمودینامیک

طول موج گرمایی مربوط به ذره مورد نظر

$h = 6.6\times 10^{-34}$ J.S , J Hz^{-1}, $[ML^2T^{-1}]$

فوتون

De broglie wavelength $E = h\nu = PC = \frac{hc}{\lambda}$

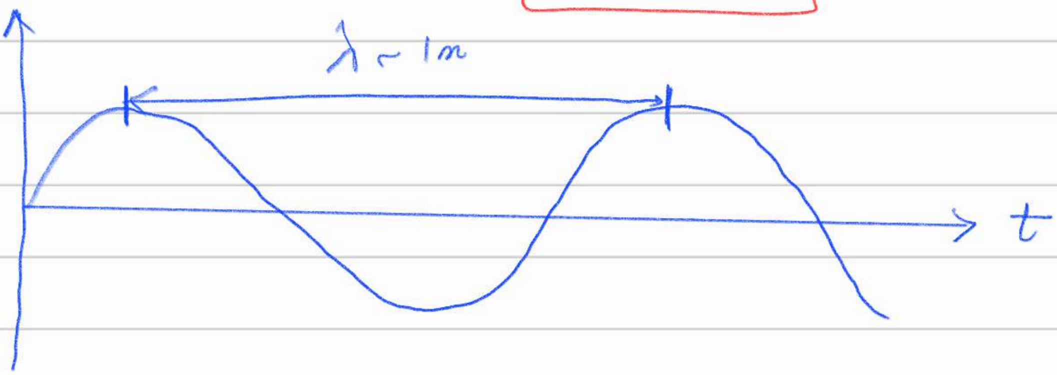
$$\boxed{\lambda_B \equiv \frac{h}{p}} \longrightarrow \boxed{\lambda_B = \frac{h}{mv}}$$

if $v \ll C$, $p = mv$

سرعت نوعی ذره

Suppose that $\boxed{\begin{matrix} m \sim 1\,kg \\ v \sim 1\,m/s \end{matrix}} \longrightarrow \lambda_B \sim 10^{-34}\ m$

$x(t) = \sin(\omega t)$



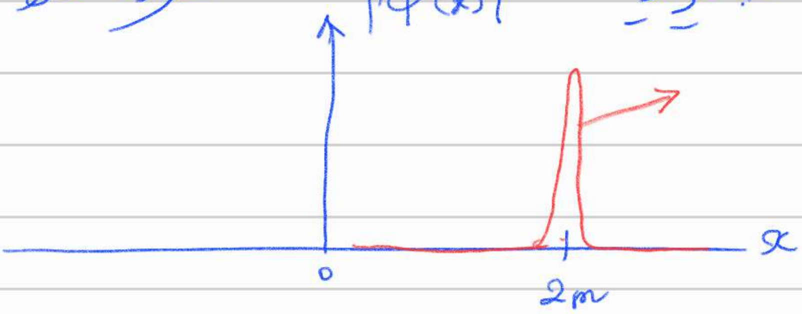
$|\psi(x)|^2 \equiv$ احتمال حضور ذره در مکان x

$$= e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \longrightarrow \sigma^2 \sim \lambda_B , \lambda_T$$

λ_B و λ_T به طور کلی از گستردگی فضای منتسب به ذره را کمّی می کند

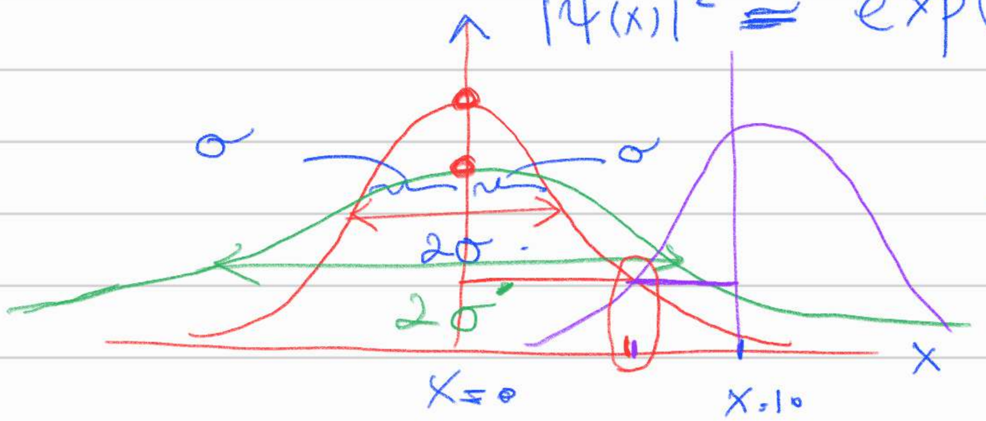
Extended $\longleftrightarrow$ localized

گسترده شده جایگزیده



Recall $e^{i\omega t} \equiv \cos(\omega t) + i\sin(\omega t)$

$$|\psi(x)|^2 \approx \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$



$\lambda_D \approx \lambda_T$

$\sigma' > \sigma$

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 \, dx$$

$$|\psi(x)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$\boxed{\sigma' > \sigma}$ $$|\psi(x)|^2_{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-x^2/2\sigma^2}$$

$$|\psi(x)|^2_{\sigma'} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma'^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma'^2}}$$

$x = 0$ $$|\psi(x=0)|^2_{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$$

$$|\psi(x=0)|^2_{\sigma'} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma'^2}}$$

$$\lambda_T(m, T, h, k_B) \Rightarrow$$

$T_1 < T_2, \ldots$ دماهای بالا

$$\lambda_T(T_1) > \lambda(T_2)$$

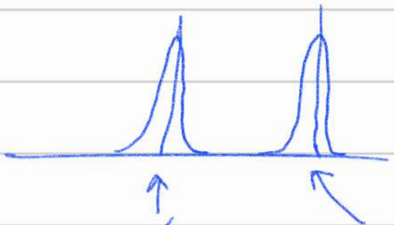
$$T_2 > T_1$$

در دمای بالاتر طول موج کوچکتر شده است ← هم‌پوشانی توابع موج مربوط به یک ذره کمتر می‌شود

$$n\lambda_T \lll 1 \rightarrow$$ اثرات همپوشانی خیلی ناچیز است

چگالی عددی ذرات

طول موج مربوط به ذره



کلاسیک: ذرات جایگزیده در نظر گرفته می‌شوند

$$n\lambda_T^3 \lll 1 \longrightarrow$$ رژیم کلاسیک

$$n\lambda_T^3 > 1 \longrightarrow$$ رژیم کوانتومی

← گستردگی فضایی قابل چشم‌پوشی است

$N = 4$

$$\Omega = 2^4 = 16$$

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{\cancel{4}^{2} \times 3 \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times \cancel{2!}} = 6$$

$\binom{4}{1} = \frac{4!}{1! \times 3!} = 4$ $\begin{cases} \text{1-Left} \\ \text{3-Right} \end{cases}$

$\binom{4}{3} = 4$ 3-Left 1-Right

$\binom{4}{0} = 1$ 1-Left 3-Right

$\binom{4}{4} = 1$ 3-Left - 1 Right

$$\frac{6}{2^4} = \frac{6}{16}$$

$$\frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$6 = \frac{\text{Probability of finding 2-2}}{\text{Probability of finding 0-4}}$$

خلاصه اینکه می‌توان یک کمیت بدون بعد درست کرد به صورت $n\lambda^3$
و وقتی $n\lambda^3 \ll 1$ یعنی اثرات هم‌پوشانی قابل صرف‌نظر کردن است و می‌توان از
رویکرد کلاسیک مسئله را بررسی کرد. اما اگر $n\lambda^3$ در آن صورت الزاماً باید از رویکرد کوانتومی
استفاده کنیم زیرا در صورت استفاده رویکرد کلاسیک جواب‌ها با نتایج حاصل از آزمایش همخوانی
نخواهد داشت (همخوانی خیلی ضعیف خواهد بود).