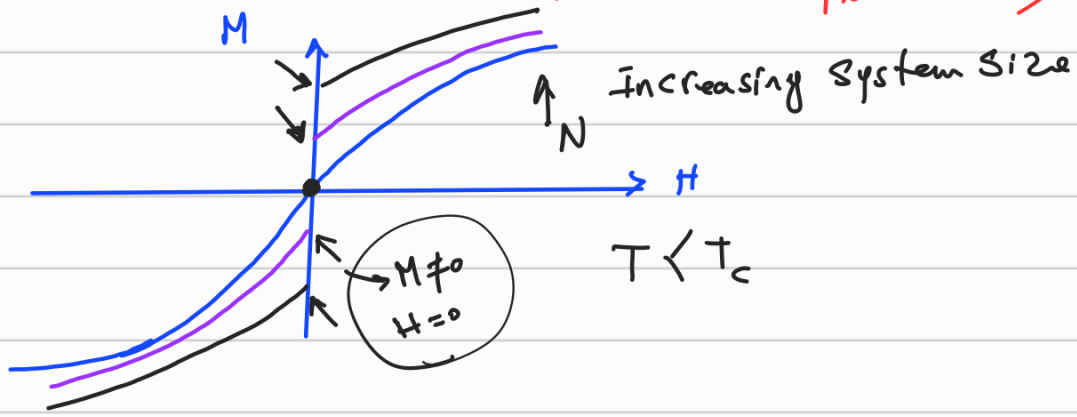


۱۳.۱ / ۷ / ۲۸

(7)



"Spontaneous Symmetry Breaking"

$$P(\{s\}) = \frac{e^{-\beta \mathcal{H}(H, T, \{s\})}}{Z(T, H, V)}$$

$\{s\} = \{s_1, s_2, s_3, s_4, \dots\}$
 ↑
 a typical configuration

If $H=0 \rightarrow \mathcal{H}(T, \{s\}) = \mathcal{H}(T, \{-s\})$

$$= \sum_{\{s\}} \{s\} P(\{s\}) \longleftrightarrow \langle S \rangle = \int ds s P(s)$$

$$M = \langle S \rangle = \text{Tr}(PS) = 0$$

↑ ↑ ↑
even

نسبت $\frac{P(\{s\})}{P(\{-s\})}$ نسبت به $\{s\}$ و $\{-s\}$ وقتی $H \neq 0$

$\bar{H} = H \hat{K} \quad \{s\}, \{-s\} \cdot H = -\{s\} H$

$$= \frac{e^{-\beta \mathcal{H}(H, T, \{s\})}}{e^{-\beta \mathcal{H}(H, T, \{-s\})}} = \frac{e^{-\beta(-J \sum s_i s_j)} e^{-\beta(-H \sum s_i)}}{e^{-\beta(-J \sum s_i s_j)} e^{-\beta(-H \sum (-s_i))}}$$

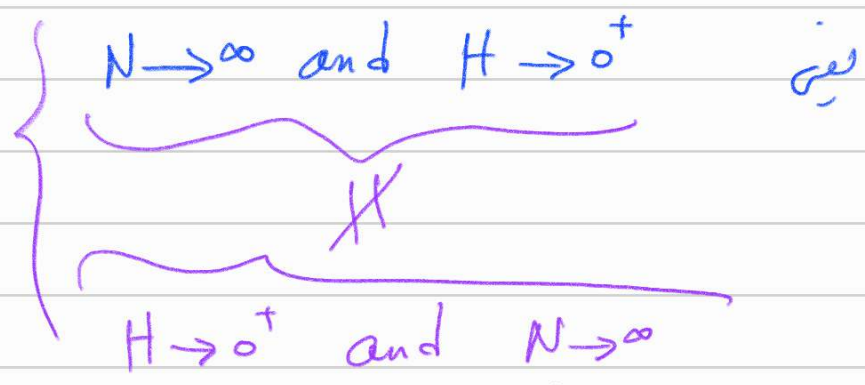
$\mathcal{H} = -J \sum_{ij} s_i s_j - H \sum_i s_i$

$$\frac{P(f+s)}{P(f-s)} = \frac{e^{+\beta H M N}}{e^{-\beta H M N}} = e^{+2\beta H M N}$$

$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ H > 0}} \frac{P(f+s)}{P(f-s)} \rightarrow \infty$

$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ H > 0}} \frac{P(f-s)}{P(f+s)} \rightarrow 0$

متناسب از مقدار H یعنی در حد
 در نوا H است $H \rightarrow 0^+$ نزدیک
 سوم تنظیم است $H=0^+$ در حد
 یعنی اگر $H=0^+$ در حد
 که صورتی است مردم افضل تکس خوشه $+M$ نسبت به
 تکس خوشه $-M$ بسیار نزدیک خواهد شد



Arrhenius Relation

$$R \sim e^{-\beta \Delta F}$$

افضل تکس خوشه

$\Delta F \propto$ Surface of cluster
 In d -Dimension space

$$\Delta F \propto \left(L^{d-1} \right) \propto \left(V^{\frac{1}{d}} \right)^{d-1}$$

$$\propto \left(N^{\frac{1}{d}} \right)^{d-1}$$

$$\Delta F \propto N^{\frac{d-1}{d}}$$

$$R \propto e^{-\beta \Delta F} \propto e^{-\beta \left(N^{\frac{d-1}{d}} \right)}$$

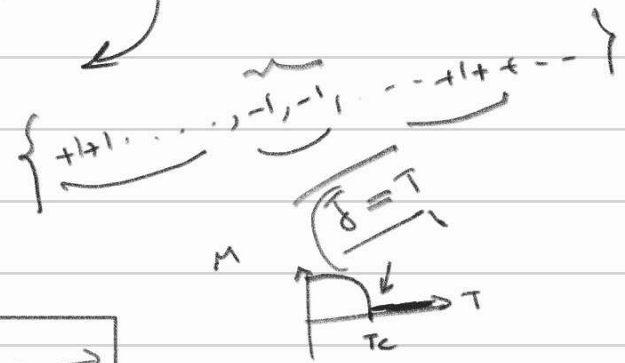
τ : life Time of cluster = R^{-1}

$$\tau \propto e^{+\beta N^{\frac{d-1}{d}}}$$

$\tau_{span} \sim 2dN$ -Dimension

$\lim_{N \rightarrow \infty} \tau \rightarrow \infty$

$M = \langle S \rangle$ ensemble



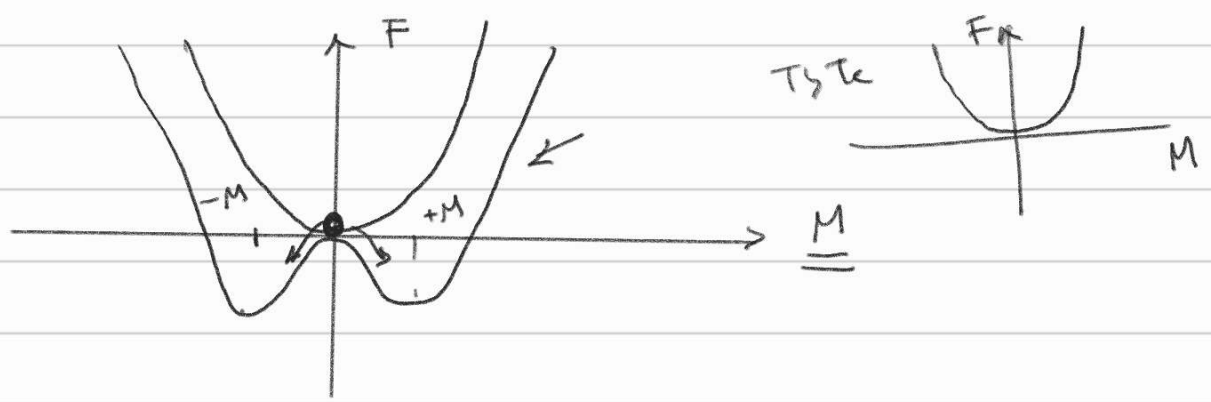
Critical slowing Down \rightarrow

main challenge for simulation of a typical system near critical point

$$\tau \propto \xi^z \rightarrow \infty$$

Correlation length Scale

$z >$



$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \rho \rightarrow$ Ergodicity breaking
 $N \rightarrow \infty$

$$\langle A \rangle = \int d\Gamma A \rho(\Gamma)$$

$$\neq \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t A(\Gamma(t')) dt'$$

⑧ Scaling Property

نسب متساوية \rightarrow Power-law

نسب متساوية \rightarrow
 $M(l) \propto e^{-1/l}$
 فرض

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{M(2l)}{M(l)} &= e^{\frac{1}{2l}} \\ \frac{M(4l)}{M(2l)} &= e^{\frac{1}{4l}} \end{aligned} \right.$$

فرض
 $\leftarrow \frac{4l}{2l} = \frac{2l}{l} = 2$

Power-law

$$M(l) \propto l^\beta$$

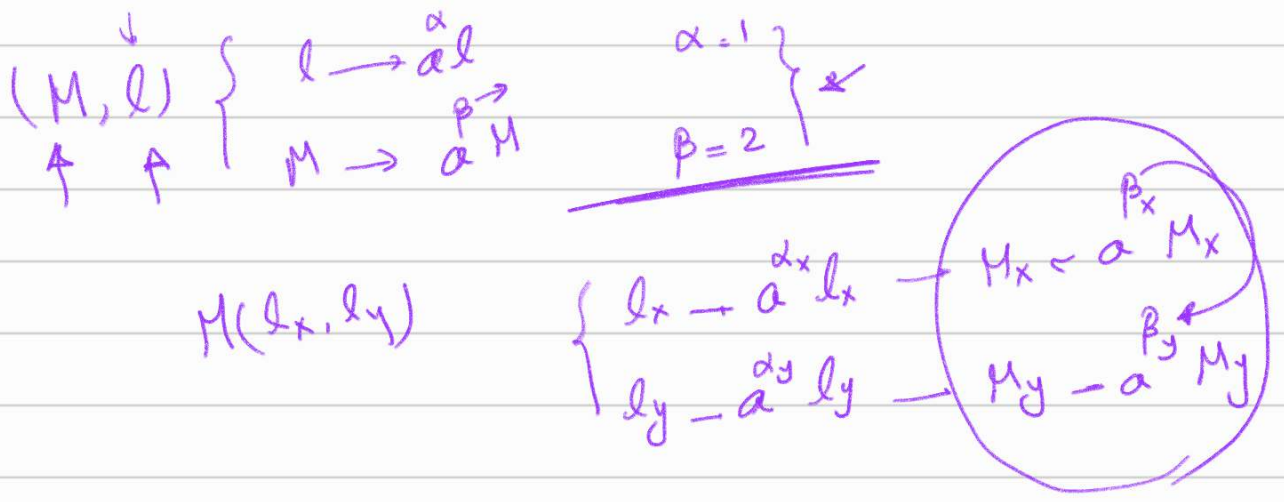
$$\left\{ \begin{aligned} \frac{M(2l)}{M(l)} &= 2^\beta \\ \frac{M(4l)}{M(2l)} &= 2^\beta \end{aligned} \right.$$

نسب متساوية = نسب
 متساوية: فرض

Scale Invariant

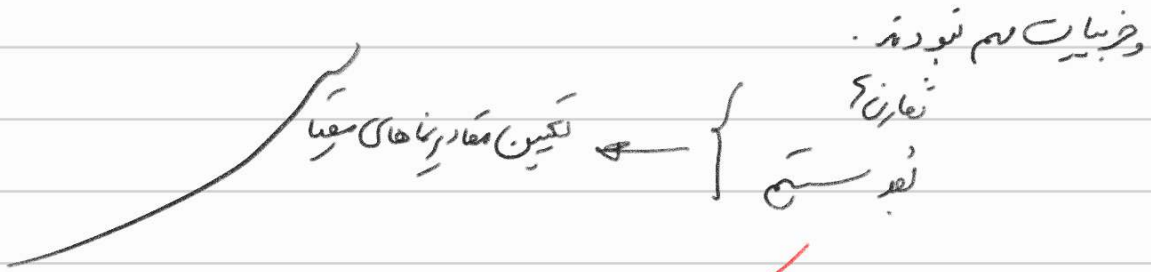
$$M(al) = a^\beta M(l)$$

Self-similarity



9) Universality class کلاس جهانی عمومی

علی رقم پیچیدگی در سیستم، متغیرهای عمومی وجود دارند که در زیرسیستم‌ها نیز وجود دارند. صورت مقیاس
 رفتار می‌کنند و برای مقیاس‌ها، فرم‌های عمومی هستند. مقیاس‌ها می‌توانند، مقیاس‌ها دارند.



10) Thermodynamical limit حد ترمودینامیک

$\mathcal{H} = -k_B T \sum_n K_n \Theta_n$

Dynamical Degree of freedom
 Coupling Constants

Ex: For a given magnetic system

$\Theta_1 \equiv \sum_i s_i \quad K_1 \equiv H$

Extensive

$\Theta_2 \equiv \sum_{i,j} s_i s_j \quad K_2 \equiv J$

Free-Energy $F[\{K_n\}] = -k_B T \ln Z(\{K_n\})$

$\frac{\partial F}{\partial K_n}, \frac{\partial^2 F}{\partial K_n \partial K_m}, \dots$

Ex: $-\frac{\partial F}{\partial H} = M$

$$F = \underbrace{V(\Omega)}_{L^d} f_b + \underbrace{S(\Omega)}_{L^{d-1}} f_s + \mathcal{O}(L^{d-2}) \dots$$

$f_b \equiv$ Bulk free Energy per unit volume
 $f_s \equiv$ Surface free Energy per unit surface

$$f_b = \lim_{V(\Omega) \rightarrow \infty} \frac{F}{V(\Omega)}$$

$$f_s = \lim_{S(\Omega) \rightarrow \infty} \frac{F - \overline{V(\Omega)} f_b}{S(\Omega)}$$

$$\frac{N(\Omega)}{V(\Omega)} \xrightarrow{\text{cts}} \infty \quad \text{لوتف حد سوريه كيب}$$

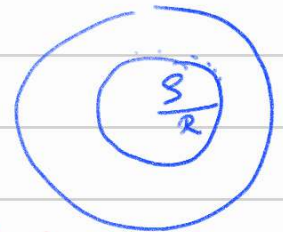
Ex 1: Thermodynamic limit for charge system

$$E(R) = \int_0^R \frac{4\pi r^3 \rho}{3} \frac{A}{r} 4\pi r^2 dr$$

$$E(R) = \frac{1}{2} \int_0^R \rho U(r) d^3R$$

$\frac{A}{r}$
Interaction

Coulomb's law



$$E(R) = \frac{(4\pi)^2 \rho^2 A R^5}{15}$$

$$E_b = \frac{E(R)}{V(R)} = \frac{4\pi A S^2 R^2}{5}$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} E_b \rightarrow \infty$$

$$R \rightarrow \infty$$

عدد مورد نیاز می آید

فضای پارامتر

Interaction

$$U \sim \frac{A}{r_x^\sigma}$$

$$E_b \sim R^{d-\sigma}$$

$$\text{if } \sigma > d \text{ - } \lim_{R \rightarrow \infty} E_b \neq \infty$$