تمرین‌های سری هفتمِ مکانیک آماری پیشرفته

تمرین‌های این سری، از فصلِ پنجمِ کتابِ Pathria شماره‌های: ۱، ۲، ۴، ۵ انتخاب شده‌اند.

---

۱. ماتریس چگالی ρ_{mn} را برای یک اسپین الکترون در نمایشی که $\hat{\sigma}_x$ را قطری می‌کند محاسبه کنید. سپس، نشان دهید که مقدار $\langle\sigma_z\rangle$، که از این نمایش نتیجه می‌شود، دقیقاً همان مقداری است که در بخش ۵.۳ بدست آمد.
راهنمایی: نمایش مورد نیاز در این‌جا از آن‌چه که در بخش ۵.۳ استفاده شد با انجام یک تبدیل به کمک عمل‌گر یکانیِ زیر بدست می‌آید:

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} ۱/\sqrt{۲} & ۱/\sqrt{۲} \\ -۱/\sqrt{۲} & ۱/\sqrt{۲} \end{pmatrix}$$

---

۲. ثابت کنید:

$$\langle q|e^{-\beta\hat{H}}|q'\rangle \equiv \exp[-\beta\hat{H}(-i\hbar\frac{\partial}{\partial q}, q)]\delta(q-q')$$

که در این رابطه، $\hat{H}(-i\hbar\frac{\partial}{\partial q}, q)$ هامیلتونی سیستم در نمایشِ q است، که به طور معمول بر روی تابع دلتای دیراک $\delta(q-q')$ عمل می‌کند. با نوشتن تابع دلتا به شکل مناسب، این نتیجه را برای این موارد اعمال کنید:(الف) یک ذره آزاد (ب) یک نوسان‌گر هماهنگِ خطی

---

۳. ماتریسِ چگالی و تابعِ پارشِ یک سیستم متشکل از ذره‌های آزاد را با استفاده از تابعِ موجِ نامتقارن (۵.۴.۳) به جای تابعِ موج متقارن (۵.۵.۷) مطالعه کنید. نشان دهید که، با دنبال کردنِ این روند نه ضریبِ تصحیحِ گیبس $(۱/N!)$ و نه همبستگیِ فضایی بین ذرات بدست می‌آید.

---

۴. نشان دهید که در اولین تقریب، تابعِ پارشِ یک سیستم متشکل از N ذره غیر برهم‌کنش کننده و تمیز ناپذیر با رابطه زیر داده می‌شود:

$$Q_N(V,T) = \frac{۱}{N!\lambda^{۳N}} Z_N(V,T)$$

که در این رابطه:

$$Z_N(V,T) = \int \exp\{-\beta\sum_{i<j} v_s(r_{ij})\} d^{۳N}r$$

$v_s(r)$ پتانسیلِ آماری رابطه (۵.۵.۲۸) است. از آن‌جا تصحیحِ مرتبه اول برای معادله حالتِ این سیستم بدست آورید.