

تمرین‌های سری سوم مکانیک آماری پیشرفته

۱ نشان دهید عنصر حجم فضای فاز

$$d\omega = \prod_{i=1}^{3N} (dq_i dp_i)$$

تحت یک تبدیل کانونی مختصات (تعمیم یافته) (q, p) به هر مختصات (تعمیم یافته) دیگری مانند (Q, P) ناورد می ماند.

۲ الف ناوردایی عنصر حجم فضای فاز یک تک ذره $d\omega$ را تحت تبدیل از مختصات کارتری (x, y, z, p_x, p_y, p_z) به مختصات قطبی $(r, \theta, \phi, p_r, p_\theta, p_\phi)$ کروی به طور مستقیم نشان دهید.

ب نتیجه ای که در ادامه بدست می آید ممکن است با درک شهودی از «وزن های مساوی برای زوایای فضایی مساوی» متناقض به نظر برسد، چرا که ضریب $\sin\theta$ در عبارت $d\omega$ ناپیدا است. نشان دهید اگر روی هر کمیت فیزیکی که وابستگی اش به p_θ و p_ϕ تنها از طریق انرژی جنبشی ذره می باشد، از نتیجه انتگرال گیری روی این متغیرها ضریب $\sin\theta$ با جزء دیفرانسیلی $(d\theta d\phi)$ ظاهر می شود.

۳ (۱) یک عبارت مجانبی برای تعداد روش هایی که انرژی E را می توان بین یک مجموعه از N نوسان گر هماهنگ یک بعدی توزیع کرد که ویژه مقادیر انرژی نوسان گرها $(n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ که $n = 0, 1, 2, \dots$

(۲) عبارت متناظری برای حجم فضای فاز چنین سیستمی بیابید. با نشان دادن این که ضریب تبدیل ω دقیقاً h^N است ثابت کنید که دو نتیجه با هم متناظرند.