

Uncertainty Analysis and Investigation of Statistical Patterns of Measured Data of Steady and Unsteady Operation During Gas Turbine Performance Test

Abstract

Performance test is one of the acceptance criteria for new and overhauled gas turbines and the main method for their performance assessment. Because of the variety of measurement sensors such as pressure, temperature, and rotational speed sensors, and the diversity of engine processes, measured data during a performance test contain a variety of statistical patterns. These patterns are significantly different during steady and unsteady engine operation. The resolution of data acquisition system and the accuracy of sensors are two characteristics, which significantly affects the statistical patterns of measured data. Although the uncertainty analysis of recorded data under steady state conditions is rather straightforward, the uncertainty analysis of measured data during unsteady operation can become considerably complicated. This article investigates the statistical patterns of measured data of the performance test of an industrial gas turbine and presents methods for the uncertainty analysis of recorded data under steady and unsteady operating conditions.

Keywords: Gas Turbine, Uncertainty Analysis, Performance Test, Measurement under Steady and Unsteady Operating Conditions.

تحلیل عدم قطعیت و بررسی الگوهای آماری حاکم بر داده‌های اندازه‌گیری شده در شرایط پایا و گذرا در آزمون عملکرد توربین گاز

مهدی نصرتی، کارشناس - گروه اندازه‌گیری و تست، شرکت توربوکمپرسور تک خاورمیانه، m.nosrati@turbotec-co.com، ۲۱۵۳-۵۶۲۳۶۹۶۱-۰۲۱
المیرا پارسا، کارشناس - گروه اندازه‌گیری و تست، شرکت توربوکمپرسور تک خاورمیانه، e.parsa@turbotec-co.com
آرمان محسنی، مدیر پروژه - دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، ar_mohseni@sbu.ac.ir
امیر خوشدل، مدیر گروه - شرکت توربوکمپرسور تک خاورمیانه، a.khoshdeld@turbotec-co.com
بهنام نیکخواهی، مدیر طرح توربین ملی - شرکت توربوکمپرسور تک خاورمیانه، b.rezaei@turbotec-co.com
هیوا خالدی، مدیرعامل - شرکت توربوکمپرسور تک خاورمیانه، h.khaledi@turbotec-co.com

چکیده

آزمون عملکرد یکی از الزامات تحویل‌دهی توربین‌های گاز نو یا تعمیرشده می‌باشد و مبنای ارزیابی عملکرد آنها است. به دلیل تنوع حسگرهای اندازه‌گیری مانند حسگرهای فشار، دما و دور محور و همچنین تنوع فرآیندهای مورد بررسی در موتور، داده‌های اندازه‌گیری شده از لحاظ آماری دارای الگوهای متنوعی هستند. پایا یا گذرا بودن داده‌های اندازه‌گیری شده نیز تاثیر بسزایی بر شکل این الگوها دارد. قابلیت تفکیک سامانه داده‌برداری و خطای حسگرها از جمله عواملی هستند که سهم قابل ملاحظه‌ای در تنوع الگوهای آماری ایفا می‌کنند. هنگامی که داده‌ها در حالت پایا ثبت شوند، به راحتی می‌توان میزان عدم قطعیت داده‌ها را محاسبه کرد. اما زمانی که داده در شرایط گذرا ثبت می‌شود، تحلیل عدم قطعیت آن با پیچیدگی‌هایی همراه است. در این مقاله با بررسی داده‌های اندازه‌گیری شده یک توربین‌گاز صنعتی، الگوی حاکم بر داده‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد و روشی برای تخمین میزان عدم قطعیت داده‌های اندازه‌گیری شده در شرایط پایا و گذرا ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: توربین گاز، تحلیل عدم قطعیت اندازه‌گیری، آزمون عملکرد، اندازه‌گیری در شرایط عملکرد پایا و گذرا.

مقدمه

توربین‌گاز یکی از سنگ‌بسترهای مهم تولید انرژی در صنایع نفت و گاز و صنایع نیروگاهی به شمار می‌آید. لزوم طراحی و ساخت توربین‌های گاز با راندمان و عملکرد بالاتر از مهم‌ترین چالش‌های پیش روی مهندسان این حوزه می‌باشد. در طراحی و توسعه هر محصول پس از طراحی، ضرورت آزمون و اعتبار سنجی آن وجود دارد. به طور کلی در صنعت توربین‌گاز آزمون‌های انجام شده بر روی موتور به سه دسته، آزمون‌های تحقیقاتی، آزمون‌های خطایابی و آزمون‌های عملکرد و تحویل‌دهی تقسیم می‌شوند. در تمامی آزمون‌های ذکر شده پارامترهای مهم از جمله فشار، دما، ارتعاشات و غیره اندازه‌گیری می‌شوند. در هر اندازه‌گیری، مقادیر اندازه‌گیری شده طی یک گواهی اندازه‌گیری که اعتبار اندازه‌گیری نیز در آن ارائه شده، گزارش می‌شود. بدون این گواهی، نتایج حاصل از اندازه‌گیری قابلیت استفاده یا مقایسه شدن با داده‌های قبلی یا داده‌های مرجع که در یک استاندارد یا یک مدرک مشخص آمده است را ندارند. با در نظر گرفتن حجم داده و پیچیدگی فرآیندهای اندازه‌گیری و تحلیل داده، توسعه برنامه‌های داده‌برداری و محاسباتی جهت تسهیل این فرآیندها ضروری است.

در این مقاله داده‌های آزمون عملکرد یک توربین‌گاز صنعتی در حالت پایا و گذرا مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالت پایا داده‌های اندازه‌گیری شده در اطراف یک مقدار متوسط نوسان می‌کند و تحلیل عدم قطعیت با روش‌های متداول و استاندارد شده صورت می‌پذیرد. اما در حالت گذرا با توجه به تغییرات داده‌ها با زمان، محاسبه عدم قطعیت این داده‌ها نیاز به استفاده از روش‌های نوین دارد. یکی از چالش‌ها در محاسبه عدم قطعیت داده‌های گذرا، تخمین داده‌های واقعی و روند تغییرات آنها است. از جمله روش‌های کارآمد در تخمین داده‌های گذرا، استفاده از برازش توابع چندجمله‌ای است که در این مقاله به تحلیل عدم قطعیت با استفاده از این روش پرداخته می‌شود.

عدم قطعیت

مفهوم عدم قطعیت به عنوان یک کمیت قابل سنجش، در تاریخ اندازه‌گیری کمیت جدیدی محسوب می‌شود. این در حالی است که مفاهیمی مانند خطا و آنالیز خطا سابقه طولانی در علم اندازه‌گیری دارند (Mandel, 1984). امروزه به وضوح مشخص شده است که حتی در صورتی که تمام منابع خطای شناخته شده در یک اندازه‌گیری مشخص گردد و برای هر یک تصحیحی در نظر گرفته شود، همچنان عدم قطعیت نتایج نسبت به مقادیر دقیق وجود خواهد داشت (NASA, 2010). در هر اندازه‌گیری داده‌های بدست آمده می‌تواند به دو صورت داده‌های گذرا و پایا تقسیم شوند. در زمینه تعیین عدم قطعیت داده‌های پایا، استانداردهای متعددی از جمله استاندارد PTC19.1 (ASME, 2005) و ISO-GUM (ISO, 2008) تدوین شده‌اند. از آنجا که روش‌های ارائه شده در استانداردها اغلب برای داده‌برداری در شرایط پایا تدوین شده است، استفاده از استانداردها در محاسبه عدم قطعیت محدود به داده‌های پایا و خطی است. در نتیجه نبود روشی جامع و کاربردی برای تعیین عدم قطعیت داده‌های گذرا یکی از چالش‌های اساسی در آزمون‌های توربین‌گاز به شمار می‌رود.

در هر اندازه‌گیری، خطاهای ناشی از اندازه‌گیری باعث ایجاد تفاوت بین مقادیر اندازه‌گیری و مقادیر واقعی می‌گردد. عدم قطعیت شاخصی است که میزان نزدیکی مقادیر اندازه‌گیری شده به مقدار واقعی را نشان می‌دهد. یک روش ایده‌آل برای توصیف و تخمین عدم قطعیت داده‌های اندازه‌گیری باید ویژگی‌های زیر را داشته باشد (Abernethy and Thompson, 1973):

- یک روش عمومی باشد، یعنی در تمام اندازه‌گیری‌ها قابل استفاده باشد؛
- همبند باشد یا دارای انسجام داخلی باشد، بدین معنی که پارامترهای موثر باید به صورت مستقیم از داده‌های اندازه‌گیری شده قابل استخراج باشد؛

• قابل انتقال باشد، به عبارت دیگر در صورت اندازه‌گیری یک پارامتر و محاسبه عدم قطعیت متناظر با آن امکان استفاده از عدم قطعیت مذکور در سایر معادلاتی که پارامتر مورد نظر در آن دخیل می‌باشد وجود داشته باشد (Abernethy and Thompson, 1973).

خطای اندازه‌گیری را می‌توان در دو گروه خطای تصادفی و خطای سیستمی دسته بندی کرد، خطای تصادفی معمولاً در اندازه‌گیری‌های تکرارشونده دیده می‌شود. مقدار محاسبه شده در هر اندازه‌گیری کاملاً با میزان محاسبه شده در اندازه‌گیری دیگر برابر نیست. همواره اختلاف‌های کوچک و مختلفی وجود دارد که باعث ناهمسان شدن مقادیر اندازه‌گیری شده می‌گردد. نوع دیگر خطا، خطای سیستمی یا بایاس می‌باشد. در اندازه‌گیری‌های تکرارشونده، هر اندازه‌گیری می‌تواند نسبت به مقدار دقیق دارای اختلاف یا بایاس نسبتاً یکسانی باشد. برای روشن شدن خطای بایاس، باید مقادیر اندازه‌گیری شده با مقدار دقیق یا واقعی مقایسه گردند. خطای بایاس به سه دسته تقسیم می‌شود (Abernethy and Thompson, 1973):

- خطای بایاس شناخته شده بزرگ
- خطای بایاس شناخته شده کوچک
- خطای بایاس ناشناخته

گروه‌بندی مؤلفه‌های عدم قطعیت

همان‌طور که پیش‌تر ذکر شد، نتایج یک اندازه‌گیری تنها یک تخمین از مقدار پارامتر اندازه‌گیری شده می‌باشد. در نتیجه، نتایج حاصل از اندازه‌گیری تنها زمانی کامل است که به همراه یک پارامتر کمی از عدم قطعیت آن بیان شود. عدم قطعیت نتایج اندازه‌گیری شامل پارامترهای مختلفی است و می‌تواند به دو گروه اصلی تقسیم می‌گردد (ISO, 2008 و Kessel, 2002):

عدم قطعیت نوع A: شامل آن دسته از خطاهایی است که با استفاده از روش‌های آماری محاسبه می‌گردند.
عدم قطعیت نوع B: آن دسته از خطاهایی را شامل می‌شود که از سایر روش‌ها به دست می‌آیند مانند خطای بایاس.

عدم قطعیت نوع A

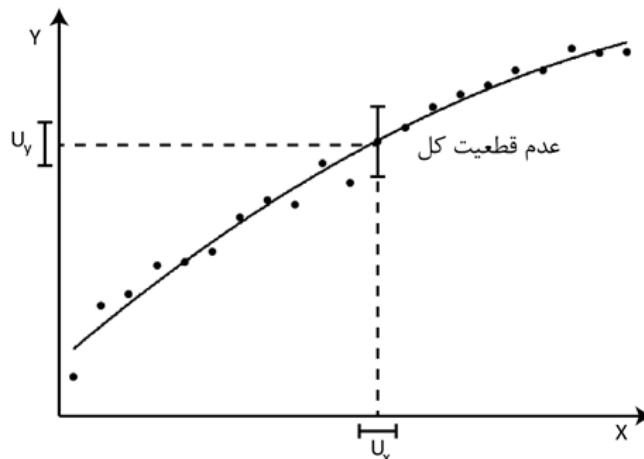
در صورتی که تعداد مشخصی اندازه‌گیری یکسان برای محاسبه یک یا چند پارامتر مشخص انجام شود و نتایج هر اندازه‌گیری به صورت تصادفی با اندازه‌گیری دیگر متفاوت باشد، عدم قطعیت اندازه‌گیری از نوع A می‌باشد. تفاوت در مقادیر به دست آمده از اندازه‌گیری به علت عواملی از قبیل نویزهای الکتریکی و دمایی، و ارتعاشات ایجاد می‌شود. در صورتی که این اختلاف‌ها نسبت به سایر پارامترهای عدم قطعیت بزرگ باشند، باید در محاسبه عدم قطعیت لحاظ گردند.

عدم قطعیت نوع B

این دسته از عدم قطعیت شامل مؤلفه‌هایی است که به روشی به غیر از روش‌های نوع A و از طریق مقایسه با مقادیر دقیق، توسعه توابع چگالی احتمالاتی مبتنی بر تجربیات قبلی، یا سایر اطلاعات مشابه تعیین می‌شود. در این نوع عدم قطعیت، تکرار اندازه‌گیری یا تعداد داده‌ها تاثیری ندارد. نمونه‌هایی از عدم قطعیت نوع B عبارتست از داده‌های اندازه‌گیری‌های پیشین، برگه مشخصات تولید کنندگان، و داده‌هایی که در مدارک کالیبراسیون مربوط به ابزارها و سایر گواهی‌نامه‌ها ارائه می‌شوند.

محاسبه عدم قطعیت

همانطور که گفته شد هنگامی که داده‌های اندازه‌گیری شده مربوط به حالت گذرا باشند محاسبه عدم قطعیت پیچیده‌تر از تعیین عدم قطعیت داده‌های پایا می‌باشد. همچنین وجود عدم قطعیت در مقادیر اندازه‌گیری شده، محور X در شکل ۱، و مقادیر هدف، محور Y، به این پیچیدگی می‌افزاید.



شکل ۱- نمایی شماتیک از عدم قطعیت کل

به منظور محاسبه عدم قطعیت داده‌ها، اولین گام محاسبه میانگین داده‌ها است. هنگامی که داده‌ها در حالت پایا باشد، میانگین داده‌ها، \bar{y} ، از رابطه (۱) محاسبه می‌شود. در این حالت چون داده‌های اندازه‌گیری شده نسبت به زمان تغییر نمی‌کنند، عدد میانگین در محدوده داده‌ها ثابت بدست می‌آید.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (1)$$

در این رابطه n تعداد نمونه و y_i داده i ام است. هنگامی که داده‌ها با زمان تغییر می‌کنند دیگر نمی‌توان از رابطه (۱) برای محاسبه میانگین داده‌های استفاده کرد. برای رفع این مشکل در این مقاله از برازش منحنی برای تخمین داده‌ها استفاده شده است (Rabinovich, 2006). در این روش به منظور تخمین داده از توابع چند جمله‌ای درجه m مطابق با رابطه (۲) استفاده می‌شود:

$$y = \sum_{i=0}^m a_i x^i \quad (2)$$

که در آن a_i ضرایب چندجمله‌ای می‌باشد. توابع چند جمله‌ای اغلب برای برازش داده‌هایی که دارای متوسطی با تغییرات یکنواخت و یکتوا و یا دارای نقاط اکسترمم محدود هستند مناسب است. این توابع به جهت انعطاف‌پذیری خوب، قابلیت برازش بسیاری از داده‌های اندازه‌گیری را دارند. در این روش منحنی برازش شده، مقادیر متوسط تغییرات را نشان می‌دهد و بر اساس این منحنی عدم قطعیت‌های نوع A و B تعیین می‌شوند. شکل ۲ پراکندگی داده‌ها در اطراف منحنی برازش شده بر داده‌های ثبت شده در شرایط گذرا را نشان می‌دهد. اغلب از روش حداقل مربعات خطا برای برازش منحنی استفاده می‌شود که یکی از متداول‌ترین روش‌های برازش منحنی است.

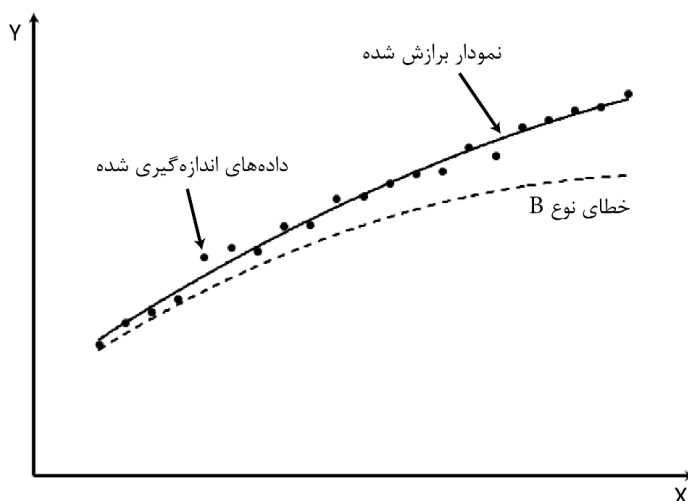
عدم قطعیت نوع A بر اساس انحراف معیار استاندارد تخمین زده می‌شود. رابطه (۳) نحوه محاسبه عدم قطعیت نوع A را بیان می‌کند.

$$U_A = \frac{S_{yx}}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

در این رابطه n تعداد نمونه و S_{yx} انحراف معیار استاندارد است که از رابطه (۴) محاسبه می‌شود.

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i))^2}{n - c}} \quad (4)$$

در رابطه بالا y_i داده‌های اندازه‌گیری شده، $y(x_i)$ داده‌های حاصل از برازش منحنی، n تعداد نمونه و c تعداد ضرایب در منحنی برازش شده می‌باشد. با توجه به رابطه (۴)، انحراف معیار استاندارد برای داده‌هایی که منحنی بر آنها برازش شده است، مقدار ثابتی می‌شود.



شکل ۲- برازش منحنی بر روی داده‌های اندازه‌گیری شده.

عدم قطعیت نوع B عبارت از مؤلفه‌هایی است که به روشی به غیر از روش‌های نوع A و مبتنی بر تجربیات قبلی یا سایر اطلاعات مشابه تعیین می‌شود. در واقع در این مؤلفه‌های عدم قطعیت تکرار اندازه‌گیری (تعداد داده‌ها) تاثیری در این نوع از عدم قطعیت ندارد. نمونه‌هایی از عدم قطعیت نوع B عبارتست از:

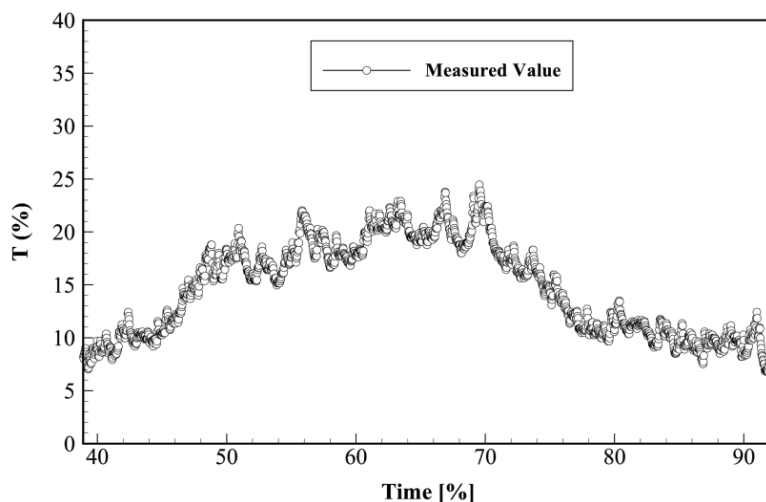
- داده‌های اندازه‌گیری‌های پیشین
- برگه مشخصات تولید کنندگان
- داده‌هایی که در مدارک کالیبراسیون مربوط به ابزارها و سایر گواهی‌نامه‌ها ذکر می‌شوند (Rabinovich, 2005).

با مشخص شدن عدم قطعیت نوع A و نوع B، عدم قطعیت کل (۹۵٪ بازه اطمینان) داده‌های اندازه‌گیری شده از رابطه ۵ محاسبه می‌شود (ASME, 2005).

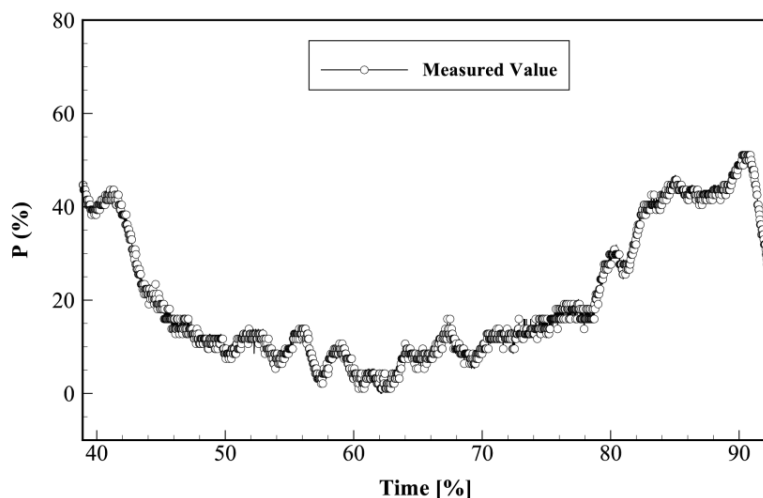
$$U_{t,95\%} = \pm 2\sqrt{(U_B)^2 + (U_A)^2} \quad (5)$$

نتایج

در این مقاله داده‌های آزمون عملکرد توربین ۲۵ مگاواتی IGT25 مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل‌های ۳، ۴ و ۵ به ترتیب دما، فشار و رطوبت هوای ورودی به این توربین گاز صنعتی نشان داده شده است!

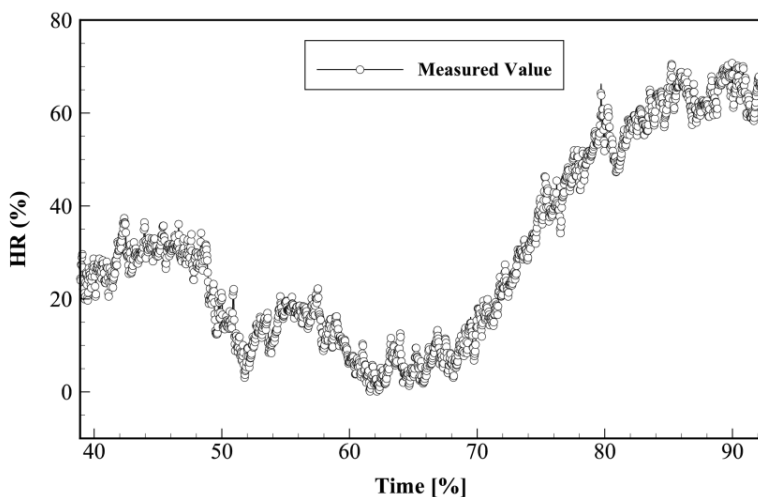


شکل ۳- تغییرات دمای هوای ورودی به توربین گاز.



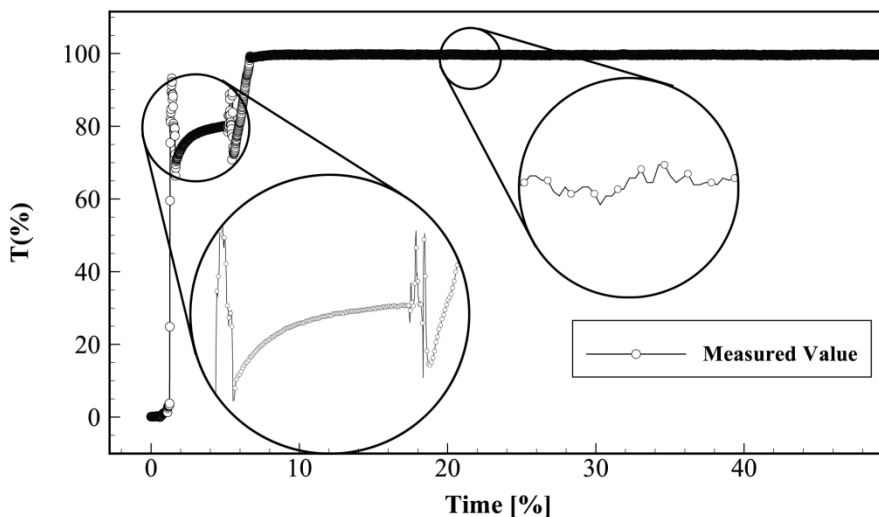
شکل ۴- تغییرات فشار هوای ورودی به توربین گاز.

^۱ جهت حفظ اطلاعات کاری، در همه نمودارها مقادیر به صورت مقیاس شده ارائه شده است.



شکل ۵- تغییرات رطوبت نسبی هوای ورودی به توربین گاز.

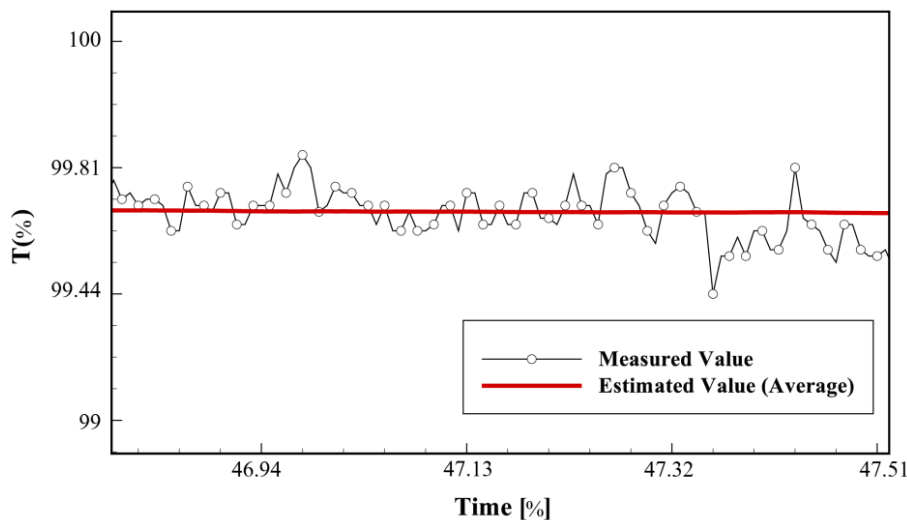
در آزمون عملکرد توربین گاز به جهت اینکه بازه تغییرات پارامترها وسیع می‌باشد و حسگرها با توجه به محدوده اندازه‌گیری انتخاب می‌شوند، لازم است داده‌های هر حسگر به صورت مجزا مورد بررسی قرار گیرد. همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود داده‌های اندازه‌گیری شده در تمام طول آزمون به صورت کامل پایا نیست. بر این اساس قبل از هر گونه تحلیل لازم است داده‌های اندازه‌گیری شده دسته‌بندی شوند. در این مقاله دسته‌بندی داده‌های اندازه‌گیری شده بر اساس پایا و غیرپایا تقسیم‌بندی شده‌اند.



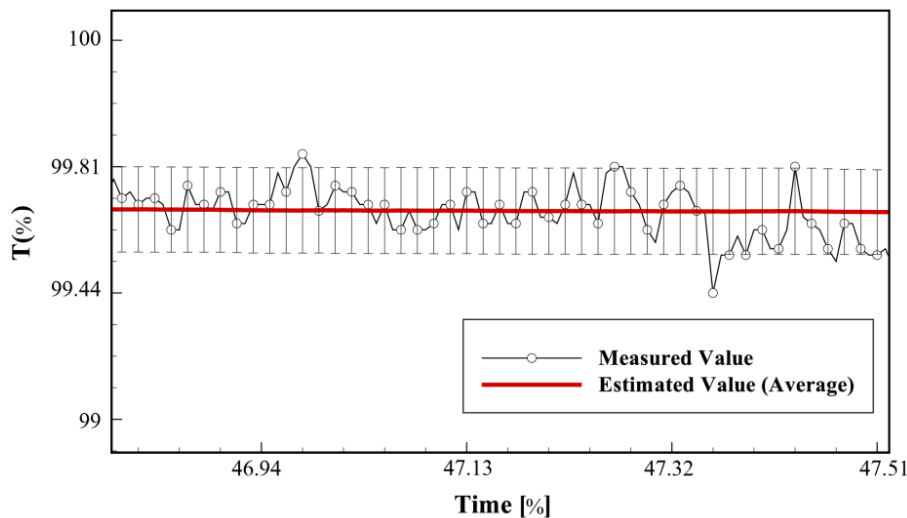
شکل ۶- تغییرات دما بعد از توربین در یک توربین گاز صنعتی.

در شکل ۷ با استفاده از رابطه (۱) داده‌های واقعی در حالت پایا تخمین زده شده‌اند. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود تعدادی از مقادیر اندازه‌گیری شده با مقدار تخمین زده شده برابر شده‌اند اما دیگر مقادیر اندازه‌گیری شده در اطراف مقدار تخمین زده شده پراکنده شده‌اند و تصادفی بودن داده‌های اندازه‌گیری شده نسبت به مقدار تخمین زده شده (میانگین)

کاملاً مشهود است. در همین راستا خطای عدم قطعیت داده‌ها نسبت به حالت تخمین زده شده با استفاده از رابطه (۳) مشخص می‌شود. تعیین خطا عدم قطعیت تصادفی (نوع A) در شکل ۸ نشان داده شده است.

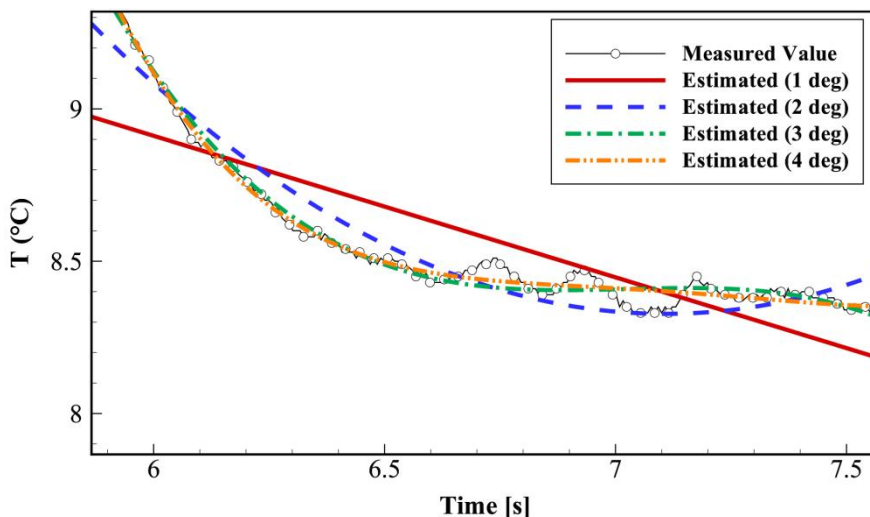


شکل ۷- تعیین داده‌های تخمین زده شده (میانگین) بر اساس داده‌های اندازه‌گیری شده.



شکل ۸- تعیین میزان عدم قطعیت تصادفی (نوع A).

چالش اساسی در تعیین عدم قطعیت داده‌های آزمون عملکرد زمانی نمایان می‌شود که داده‌های در حالت پایا نباشند. در این هنگام دیگر استفاده از میانگین داده‌ها به عنوان داده‌های تخمینی مجاز نمی‌باشد. بر این اساس به منظور تعیین عدم قطعیت داده‌های گذار همانطور، که در قسمت قبل ذکر شد، روش برازش منحنی‌های چند جمله‌ای پیشنهاد شده است. در روش ذکر شده با توجه به روند داده‌های اندازه‌گیری شده، نمودار مناسب جهت برازش بر روی داده‌های اندازه‌گیری انتخاب شده است. شکل ۹ داده‌های تخمین زده شده با توابع چند جمله‌ای مختلف را نشان می‌دهد.



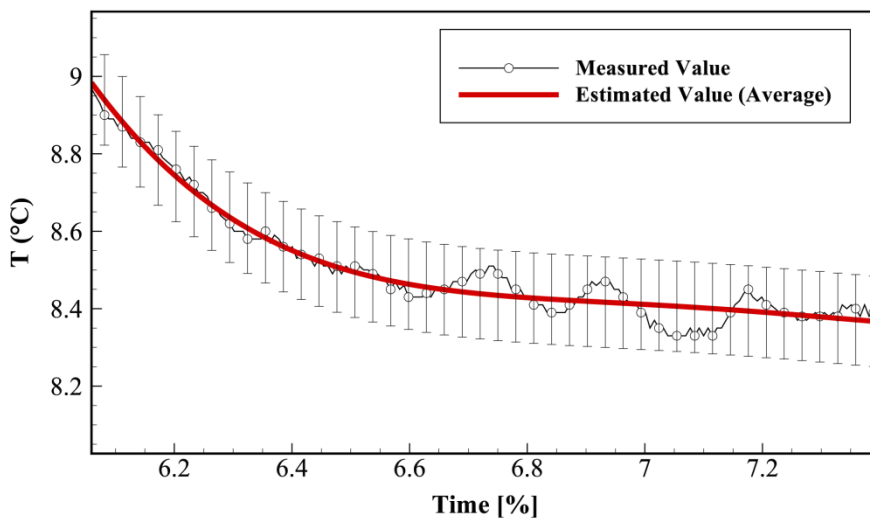
شکل ۹- تعیین عدم قطعیت تصادفی (نوع A) در حالت گذرا.

در این شکل، منحنی درجه یک بیشترین اختلاف را با داده‌های اندازه‌گیری شده دارند. هر چه درجه چند جمله‌ای بیشتر می‌شود، اختلاف داده‌های اندازه‌گیری با نمودار برازش شده کمتر می‌شود تا آنجا که افزایش بیشتر درجه چند جمله‌ای تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی برازش داده‌ها نداشته و تنها هزینه محاسباتی را افزایش می‌دهد. در جدول ۱ توابع برازش شده ارائه شده‌اند.

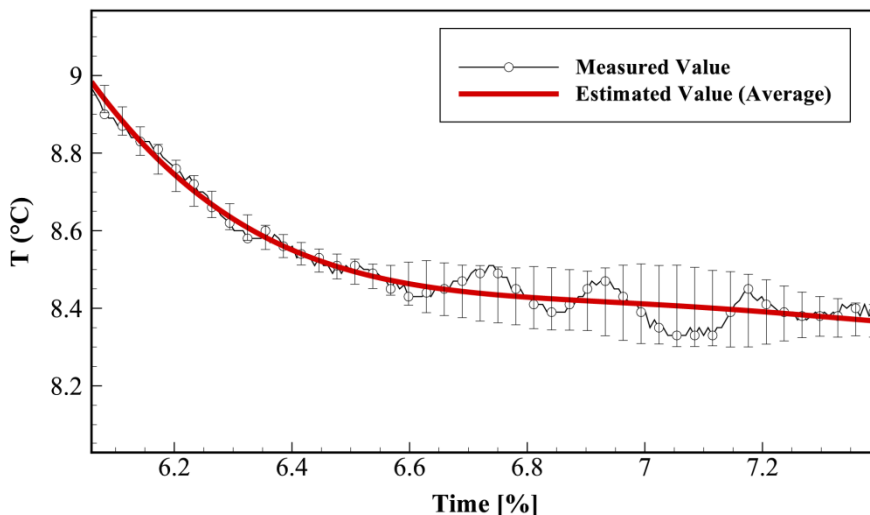
جدول ۱: توابع چند جمله‌ای برازش شده در شکل ۹.

تابع برازش شده	درجه چند جمله‌ای
$Y = -0.00176566 X + 11.6989$	۱
$Y = 8.91274 \times 10^{-6} X^2 - 0.0333346 X + 39.496$	۲
$Y = -3.86753 \times 10^{-8} X^3 + 0.000214395 X^2 - 0.396016 X + 252.149$	۳
$Y = 9.27037 \times 10^{-11} X^4 - 6.95388 \times 10^{-8} X^3 + 0.00195475 X^2 - 2.44087 X + 1150.94$	۴

همانطور که در شکل ۹ نشان داده شده، توابع درجه ۳ و ۴ به خوبی بر روی داده‌های اندازه‌گیری شده منطبق شده‌اند. تابع درجه ۳ به عنوان داده‌های تخمین زده شده در این محدوده انتخاب شده است. همانطور که پیشتر اشاره شد، استفاده از انحراف معیار استاندارد برای کل نمونه‌ها یا همه داده‌ها، یک مقدار ثابت را به دست می‌دهد. در روش توسعه یافته در این مقاله، با شکستن محدوده داده به زیر محدوده‌های کوچکتر، انحراف معیار به صورت مقطعی با میزان پراکندگی داده‌ها تغییر می‌کند. شکل ۱۰ انحراف معیار محاسبه شده براساس انحراف معیار استاندارد (برای کل بازه) و شکل ۱۱ انحراف معیار را برحسب انحراف معیار مقطعی نشان می‌دهد.



شکل ۱۰- انحراف معیار محاسبه شده بر اساس انحراف معیار استاندارد در حالت گذرا.



شکل ۱۱- انحراف معیار محاسبه شده بر اساس انحراف معیار مقطعی در حالت گذرا.

مطابق شکل ۱۱، انحراف معیار مقطعی به خوبی میزان پراکندگی داده‌ها را نشان می‌دهد و انحراف معیار با توجه به پراکندگی داده‌ها در اطراف مقادیر تخمین زده شده، تصحیح می‌شود و هرچه پراکندگی داده‌ها بیشتر باشد انحراف معیار نیز بیشتر می‌شود.

نتیجه گیری

در این مقاله عدم تحلیل قطعیت داده‌های اندازه‌گیری شده یک توربین گاز صنعتی مورد بررسی قرار گرفت. آزمون عملکرد یکی با اهمیت‌ترین آزمون‌های توربین‌های گاز به شمار می‌آید. بر همین اساس تحلیل هرچه دقیق‌تر داده‌های اندازه‌گیری شده بر نتایج این آزمون تاثیر بسزایی دارد. داده‌های اندازه‌گیری شده در این آزمون به صورت پایا و گذار ثبت می‌شوند. در حالت گذرا به علت

تغییرات داده‌ها با زمان تخمین مقادیر واقعی با پیچیدگی همراه است. به منظور رفع این مشکل، با توجه به محدوده و روند تغییرات داده‌های گذرا، تابع چند جمله‌ای مناسب انتخاب و مقادیر میانگین و عدم قطعیت بر اساس آن تخمین زده می‌شود. با توجه به تغییرات داده‌های گذرا، انحراف معیار استاندارد قادر به محاسبه انحراف معیار نبوده و لازم است که از انحراف معیار مقطعی جهت تخمین انحراف معیار داده‌ها استفاده شود.

مراجع

- Mandel, J. (1984). *The Statistical Analysis of Experimental Data*, Dover Publications New York, USA
- NASA (2010). *Measurement Uncertainty Analysis Principles and Methods*, Washington DC, National Aeronautics and Space Administration, NASA-HDBK-8739.19-2.
- ASME (2005). *Test Uncertainty- PTC 19.1*, New York, American Society of Mechanical Engineers.
- ISO (2008). *Guide to the Expression of Uncertainty. Geneva: International Organization for Standardization*, International Organization for Standardization
- Kessel, w. (2002). *Measurement uncertainty according to ISO/BIPM-GUM*,
- Rabinovich, S. G. (2006). *Measurement errors and uncertainties: theory and practice*. Springer Science & Business Media.
- Rabinovich, S. G. (2005). *Measurement Errors and Uncertainties: Theory and Practice*, 3rd ed., Springer
- Halli, S. S., Rao, K. V. (1992). *Advanced Techniques of Population Analysis*. ISBN 0306439972