کاربرد روش‌های بهینه‌سازی در بهبود عملکرد توربین‌های جریان محوری

علیرضا یزدانی[۱]، دکتر آرمان محسنی[۲]
[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، al.yazdani@mail.sbu.ac.ir
[۲] استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، ar_mohseni@sbu.ac.ir

چکیده – اهمیت بهینه‌سازی توربین‌های جریان محوری با توجه به نقش آن‌ها در تولید توان مکانیکی و الکتریکی به حدی است که در خصوص آن پژوهش‌های بسیاری توسط مؤسسات تحقیقاتی و شرکت‌های معتبر انجام‌شده است. کاهش منابع انرژی فسیلی و افزایش قیمت سوخت و هزینه بهره‌برداری از توربین‌ها در مهر و موم‌های اخیر و همچنین سخت‌گیرانه‌تر شدن قوانین زیست‌محیطی، باعث شده افزایش توان و بازده توربین‌ها به‌طورجدی موردتوجه سازندگان قرار گیرد. روش‌های بهینه‌سازی، می‌تواند باهدف‌های مختلفی ازجمله بهبود عملکرد توربین، بر روی یک یا چند توربین انجام شود. در این مقاله روش‌های گوناگون بهینه کردن توربین‌های جریان محوری و تأثیر آن بر کاهش اتلاف انرژی و بهبود عملکرد آن‌ها موردبررسی قرار می‌گیرد.

کلیدواژه‌ها – توربین جریان محوری، بهینه‌سازی، عملکرد، اتلاف انرژی.

۱- مقدمه

توربین‌های جریان محوری یکی از مهم‌ترین تجهیزات برای تولید توان مکانیکی و الکتریکی هستند و امروزه در چرخه تبدیل انرژی نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کنند. انرژی موردنیاز توربوماشین‌ها اغلب توسط سوخت‌های فسیلی تأمین می‌شود. مصرف سوخت‌های فسیلی علاوه بر اینکه هزینه بالا دارند، باعث آلودگی محیط‌زیست نیز می‌شوند که امروزه کاهش این آلودگی‌ها اهمیت ویژه‌ای یافته است. به همین جهت طراحی با افت کمتر و کارکرد بهینه هدف بسیاری از تحقیقات اخیر می‌باشد تا بتوان به اهدافی از قبیل مصرف بهینه سوخت و درنتیجه کاهش هزینه‌ها و کاهش آلودگی‌های زیست‌محیطی دست‌یافت. علاوه بر کاهش مصرف سوخت و آلودگی‌های زیست‌محیطی ناشی از آن، طراحی بهینه باعث افزایش طول عمر توربین می‌شود که کاهش هزینه‌های نگهداری را در پی دارد. با توجه به این دلایل امروزه محققان با کمک کامپیوترهای پیشرفته و روش‌های محاسبات عددی به بهینه‌سازی توربوماشین‌ها می‌پردازند تا به اهداف بالادست یابند.

امروزه روش‌های ارتقای عملکرد پره توربین گسترش بسیاری یافته است و محققان به دنبال راهکارهایی برای طراحی و بهسازی پره‌ها با روش‌های کارآمد و با هزینه‌های محاسباتی پایین هستند. ازآنجاکه زمان، پارامتری مهم در فرآیندهای بهینه‌سازی محسوب می‌شود، ارتقای کامپیوترها به‌عنوان ابزار محاسبات و بهبود الگوریتم‌های محاسباتی، ازجمله راهکارهای کاهش زمان بهینه‌سازی می‌باشند.

در این مقاله ابتدا به معرفی و بررسی الگوریتم‌های بهینه‌سازی پرداخته می‌شود.در ادامه به معرفی کارهای انجام‌شده درزمینه بهینه‌سازی توربین که باعث بالا رفتن عملکرد توربین شده است پرداخته‌شده است و دراین‌بین روش هر یک برای بهینه‌سازی بررسی‌شده است و نتیجه آن به‌صورت کمی در بهبود عملکرد مورد ارزیابی قرارگرفته است.

۲- انواع روش‌های بهینه‌سازی توربین

بهینه‌سازی آیروترمودینامیکی در دهه‌های اخیر به‌وسیله الگوریتم‌های خودکار انجام می‌شود. تا قبل از این تجربه و نتایج شبیه‌سازی‌های عددی در راستای تغییر پروفیل پره به‌صورت غیر خودکار بکار گرفته می‌شد؛ اما امروزه با گسترش دینامیک سیالات محاسباتی و بهبود الگوریتم‌های بهینه‌سازی این فرآیند به‌صورت خودکار انجام می‌شود.

فرآیند بهینه‌سازی شامل سه دسته متغیر است که عبارتند از:

۱- تابع یا تابع‌های هدف که بیشینه یا کمینه می‌شوند.
۲- متغیرهای طراحی، برای مثال پارامترهای هندسی.
۳- قیود که متغیرهای طراحی، به‌عنوان نمونه هندسه و پارامترهای جریان، را محدود می‌کنند.

روند شبیه‌سازی عددی که برای بهینه‌سازی به کار گرفته می‌شود نیز از سه بخش عمده تشکیل می‌شود که عبارتند از:

۱- پارامتری سازی هندسه

۲- انتخاب تابع یا تابع‌های هدف

۳- الگوریتم بهینه‌سازی

این سه بخش مستقل از هم هستند و برای انجام بهینه‌سازی خودکار در یک حلقه محاسباتی انجام می‌شوند [۱].

۳- پارامتری سازی هندسه

اولین گام در بهینه‌سازی پارامتری سازی هندسه می‌باشد که انجام دقیق آن نقشی مهم در فرآیند بهینه‌سازی دارد و به دلیل گستردگی زیاد، خود موضوع تحقیقات متعدد بوده است. روش‌های پارامتری سازی هندسه مختلف هستند و مشخص کردن روش مناسب برای پارامتری کردن هندسه اهمیت ویژه‌ای برای رسیدن به اهداف مسئله بهینه‌سازی دارد.

ازجمله مهم‌ترین روش‌های پارامتری کردن هندسه می‌توان به روش‌های چندجمله‌ای، منحنی‌های بی‌اسپلاین، منحنی‌های بزیر، منحنی‌های بی‌اسپلاین غیریکنواخت، توابع هیکزهن (Hicks-Henne Functions) اشاره کرد. هر یک از این روش‌ها به‌نوبه‌ی خود موضوع پژوهش‌های بسیاری بوده‌اند، به‌عنوان نمونه منحنی‌های بریز توسط آرنس [۲] و بوچه [۳] بکار گرفته شده‌اند. بی اسپلاین توسط اندرسون [۴] و اویاما و لیو [۵] استفاده‌شده است. یانگ [۶] با استفاده از توابع هیکزهن اختلالات وارد بر شکل پره را پارامتری کرد. نکته قابل‌ذکر این است که روش پارامتری سازی هندسه کاملاً به نوع مسئله بستگی دارد و نمی‌توان یک روش را برای تمام مسائل توصیه کرد.

۴- الگوریتم‌های بهینه‌سازی

روش‌های بهینه‌سازی که برای مسائل گوناگون استفاده می‌شوند در دو گروه عمده قرار می‌گیرند:

- روش‌های گرادیانی
- روش‌های غیرگرادیانی

هدف در بهینه‌سازی مسائل ایروترمودینامیک در توربین‌ها، انجام همزمان تحلیل جریان سیال و تغییرات متغیرهای طراحی مانند ابعاد هندسی، به منظور بیشینه یا کمینه کردن یک یا چند تابع هدف است. با استفاده از تحلیل جریان، ارزیابی عملکردها آئرودینامیکی انجام می‌شود و الگوریتم بهینه‌سازی با تغییراتی که در متغیرهای طراحی می‌دهند توابع هدف را بیشینه یا کمینه می‌کنند [۶].

در روش‌های غیر گرادیانی، نیازی به اطلاع از تغییرات تابع هدف با متغیرهای طراحی نیست و این الگوریتم‌ها با مقایسه تابع هدف در نقاط مختلف طراحی به مقدار بیشینه یا کمینه مطلوب می‌رسند. این الگوریتم‌ها ممکن است به مقدار بیشینه مطلق برسند ولی این احتمال نیز وجود دارد که هیچ‌گاه این مقدار را به دست ندهند. روش ژنتیک و روش آنیلینگ از جمله روش‌های جستجوی تصادفی هستند که در این دسته جای می‌گیرند. از این روش‌ها در مطالعات زیادی برای بهینه‌سازی آئرودینامیکی توربوماشین‌ها استفاده شده است. در خصوص روش‌های غیر گرادیانی باید گفت این روش‌ها همواره به نقطه‌ی بهینه همگرا می‌شوند که البته ممکن است این نقطه فقط به‌طور موضعی بهینه باشد.

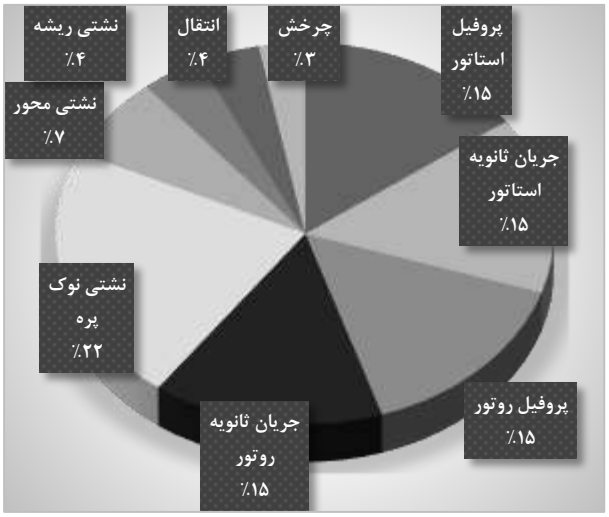
در روش‌های گرادیانی تغییرات تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی، نقش اصلی را در فرآیندهای بهینه‌سازی بر عهده دارند. برخی از روش‌های گرادیانی که از آن‌ها در مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌شوند عبارتند از: روش تفاضل محدود، روش متغیرهای مختلط، روش آنالیز حساسیت و روش الحاقی. اغلب روش‌های گرادیانی سریع‌تر از روش‌های غیرگرادیانی همگرا می‌شوند، البته درصورتی‌که با یک نقطه شروع نامناسب به یک نقطه‌ی بهینه موضعی همگرا نشوند. این که روش گرادیانی در یک نقطه بهینه نسبی به جای نقطه بهینه مطلق به جواب منتهی می‌شود، مهم‌ترین مشکل در این روش‌ها محسوب می‌شود. به همین علت است که این روش‌ها برای یک هندسه موجود که تغییر شکل در آن اندک است استفاده می‌شوند.

در این روش‌ها پس از آنکه مشتقات تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی محاسبه شد، جستجو با الگوریتم‌های مرتبه اول یا دوم آغاز می‌شود. منظور از الگوریتم نوع اول الگوریتم‌هایی است که از مشتق مرتبه اول بهره می‌برند. به‌عنوان نمونه می‌توان از الگوریتم بیشترین شیب نزول نام برد که جستجو را در جهت عکس بردار گرادیان انجام می‌دهد. الگوریتم‌های مرتبه دوم علاوه بر مشتق مرتبه اول از مشتق مرتبه دوم نیز استفاده می‌کنند. برای مثال می‌توان به الگوریتم شبه نیوتنی و روش گرادیان مزدوج فلچر-ریوز اشاره کرد.

۵- بررسی بهینه‌سازی در بهبود راندمان

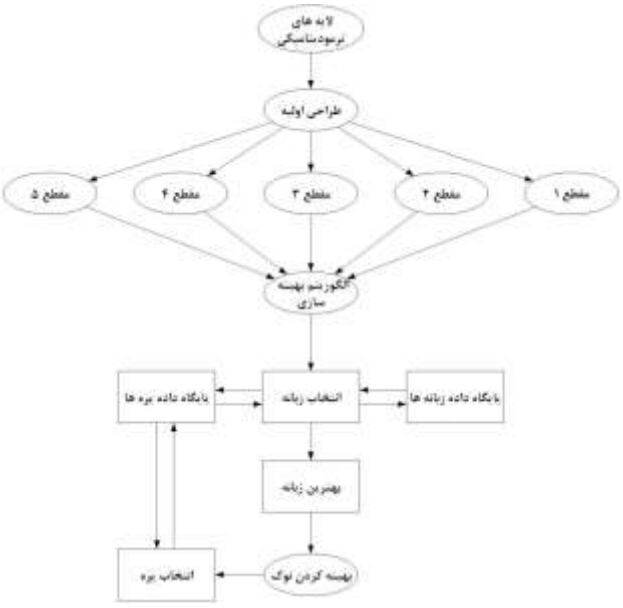
در این بخش پژوهش‌های انجام‌شده درزمینه بهینه‌سازی توربین و نتیجه آن‌ها در بهبود عملکرد توربین بررسی می‌شوند. شرکت‌های معتبر توربین سازی دنیا در زمینه ارتقا عملکرد توربین کارهای ارزشمندی انجام داده‌اند. کوفر [۷] تحقیقی در

مورد بهینه کردن مسیر بخار در توربین‌های بخار برای بهبود عملکرد این دستگاه انجام داده است. در این پژوهش علاوه بر اینکه مسیر بخار بهینه‌شده با حل عددی بررسی شده است و با نتایج تجربی نیز مقایسه شده است. با بهینه کردن مسیر بخار اتلافات را به حداقل رسانده شده است و بدین وسیله عملکرد توربین را ارتقا داده‌اند. در شکل ۱ مقادیر مختلف اتلاف در جریان بخار در یک طبقه از توربین ارائه شده است.



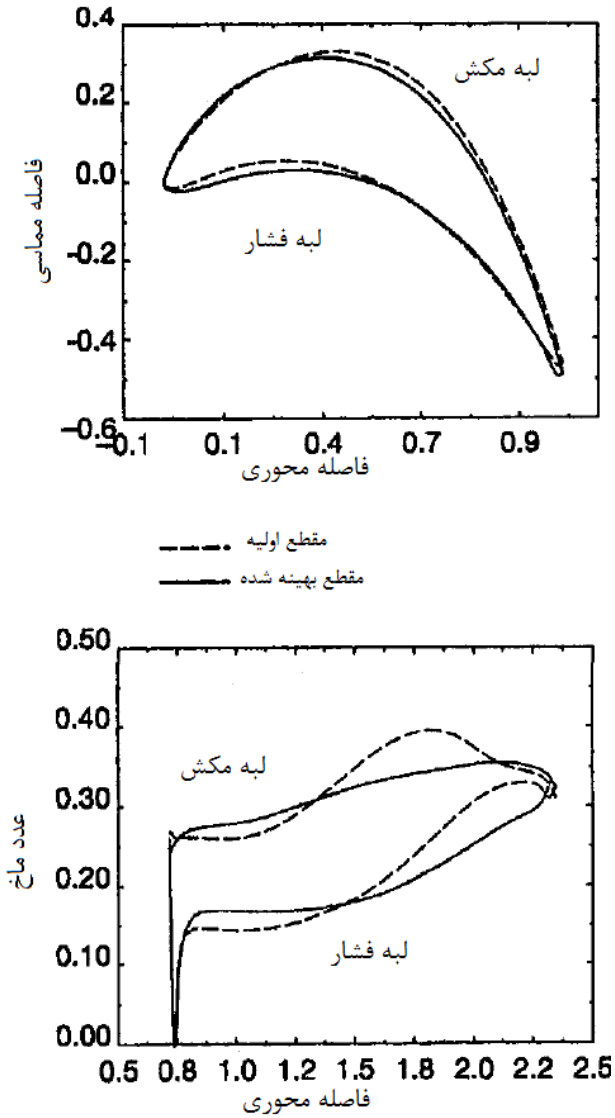
شکل ۱: مقایسه مقادیر مختلف اتلاف در جریان بخار در یک طبقه از توربین بخار [۷].

در این مقاله مقاطع مختلف پره به‌صورت مستقل بهینه شده‌اند تا بتوان به یک طرح بهینه کلی دست‌یافت. در شکل ۲ نمودار روند بهینه‌سازی ملاحظه می‌شود.



شکل ۲: روند بهینه‌سازی یک طبقه از توربین [۷].

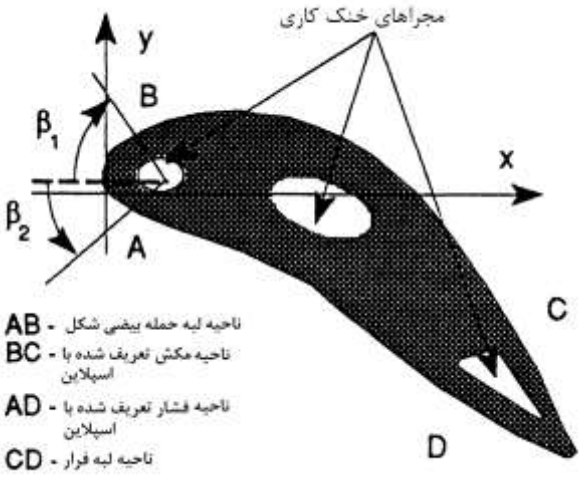
در نهایت شکل بهینه‌شده ایرفویل و تأثیر آن بر روی توزیع سرعت روی ایرفویل در شکل ۳ قابل مشاهده است.



شکل ۳: نتایج بهینه‌سازی ایرفویل [۷]

راجاداس و همکارانش [۸] برای بهینه‌سازی مقطع پره توربین و کانال‌های خنک‌کننده دورن آن، شکل ۴، از روش گرادیانی جهت‌های ممکن (Feasible directions) استفاده کردند که در این روش تغییرات را به کمک روش تفاضل محدود در نظر گرفتند. در این پژوهش، جریان حول پره با روش پنل (Panel Code) انتقال حرارت درون آن با روش تفاضل محدود شبیه‌سازی شده است. توابع هدف دمای متوسط و بیشینه‌ی مقطع پره هستند.سطوح پره با منحنی‌های بی‌اسپلاین نمایش داده شده است و قیدهای گرادیان سرعت روی سطوح پره، ضریب نیروی مماسی (Blade Tangential force Coefficient:C_t) و ضخامت پره روی آن اعمال کردند. استفاده

از این روش منجر به کاهش ۹/۲ درصدی دمای بیشینه‌ی پره و کاهش ۹/۴ درصدی دمای میانگین پره شده است.

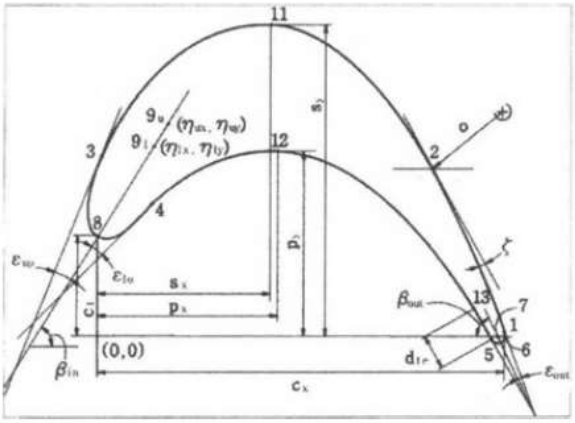


شکل ۴: مقطع ایرفویل به همراه کانال‌های خنک‌کننده [۸].

جیمز و جونز در سال ۱۳۸۱ [۹] با هدف بهینه‌سازی پره توربوماشین، از روش‌های بهینه‌سازی مرتبه صفر و درجه‌ی یک شامل تحلیل حساسیت و روش جستجوی یک‌بعدی استفاده کرده است. در این کار مقطع پره با منحنی‌های بریز مدل‌سازی شده و دبی جرمی جریان و بازده پلی تروپیک (polytropic efficiency) به صورت توابع هدف به کار رفته‌اند. به ترتیب بهبود ۸/۱ درصد و ۰/۹ درصد را برای این توابع به دست آمده است.

چو و همکارانش [۱۰] با استفاده از یک نرم‌افزار تجاری و روش جهت‌های ممکن اصلاح شده (Modified Feasible directions)، افت فشار کل (Pressure Total) در پره‌ی توربین را کاهش داده و بازده آن را افزایش دادند. در این تحقیق از قیدهای مساحت مقطع و نیروهای وارد بر پره استفاده شده است. شکل ۵ پارامتری سازی هندسه را در این پژوهش نشان می‌دهد. متغیر طراحی در این پژوهش را پارامترهای هندسی طراحی پره‌ی توربین تشکیل می‌دهند. با شبیه‌سازی میدان جریان با معادلات ناویر-استوکس و مدل آشفتگی $k-\varepsilon$، کاهش ۱۰/۸ درصدی در افت فشار کل را مشاهده نمودند.

یرشو و همکارانش [۱۱] با بهره جستن از روش چند وجهی نلدر-میلد و حلگر سه‌بعدی معادلات RANS، یک طبقه توربین شامل روتور و نازل را بهینه کردند. در این تحقیق ریشه روتور و استاتور، زاویه جاروب (incidence) استاتور و خمیدگی پره استاتور متغیرهای طراحی را تشکیل می‌دهند. در نتیجه این تحقیق، بازده‌ی مرحله توربین ۰/۸ درصد افزایش یافت.



شکل ۵: پارامتری سازی هندسه [۱۰]

تویوتاکا [۱۲] با استفاده از یک روش تکاملی، پره روتور توربین فشار بالا را به‌صورت دوبعدی بهینه کرد. در ایرفول بهینه افت انرژی ۱۲ درصد کم شد و بازده آیزنتروپیک بهبود یافت. در شکل ۶ نمونه شبکه‌بندی در پژوهش تویوتاکا ارائه شده است.

چن و یوان [۱۳] و بیر [۱۴] بازده پره توربین را با استفاده از بهینه سازی بهبود بخشیدند. در این تحقیق برای کاهش تعداد متغیرهای طراحی، متغیرها را به‌وسیله DOE (Design of Experiments) غربال شده‌اند. درحالی‌که بیر با پره توربین را با تغییر خمیدگی پره در نزدیکی ریشه و نوک بهینه کرد و در عمل نتایج حل جریان فلوئنت را اعتباردهی کرد. در نتیجه افت فشار کل ۱/۵ درصد کاهش یافت، شکل ۷.

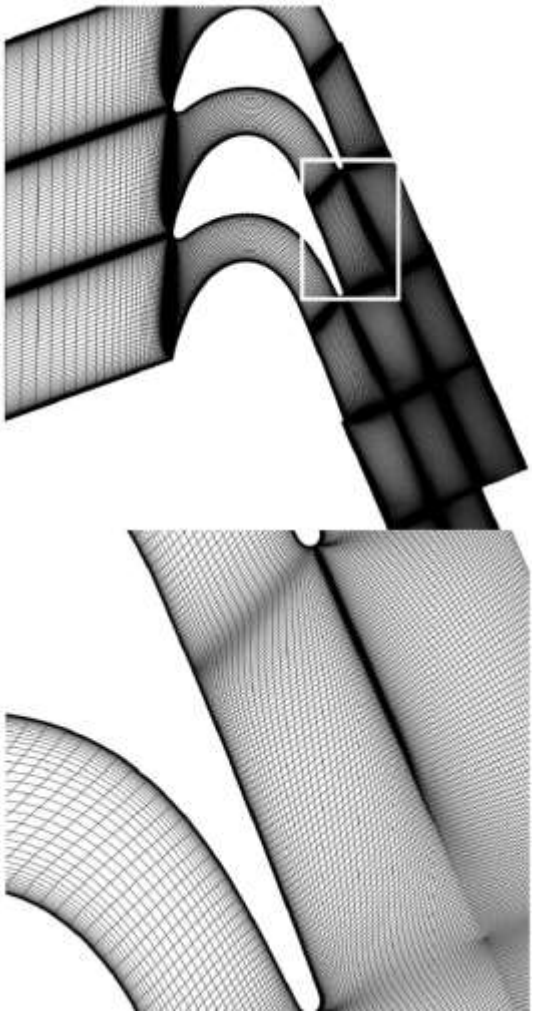
آرنس و همکارانش [۲] در سال ۱۳۸۴ برای بهینه‌سازی افت فشار کل در جریان غیر لزج روی مقطع پره‌ی توربین گذر صوتی، شکل آن را با الگوریتم بهینه‌سازی SQP (Sequential Quadratic Programming) بهینه کردند. در این تحقیق مقطع پره با منحنی‌های بزیر مدل شده و ضرایب بزیر به عنوان متغیرهای طراحی به کار رفته‌اند. همچنین از روش‌های معادلات حساسیت (Sensivity equations) و معادلات الحاقی(Adjoint equations) مورد مقایسه قرارگرفته‌اند و به این ترتیب نشان دادند تنها برتری روش معادله حساسیت، مستقل بودن آن از تابع هدف است. این مزیت باعث می‌شود که توابع هدف گوناگون بدون هیچ اقدام اضافی در فرایند بهینه‌سازی وارد شوند. آن‌ها بزرگ‌ترین اشکال این روش را هزینه بالای آن برشمردند، چرا که در این روش برای هر یک از متغیرهای طراحی نیاز به حل معادلات با مشتقات جزیی است. در عوض، عیب روش معادلات الحاقی در وابسته بودن آن به تابع هدف و مزیت آن، حل تنها یک سیستم معادلات با مشتقات جزیی به ازای کل متغیرهای طراحی است.

لوو و همکـارانش [۱۵] در سـال ۱۳۸۹ بـا اسـتفاده از روش الحاقی، با الگوریتم بهینه‌سازی بیشترین شیب نزولی، افـت فشـار کل پره‌ی توربین را کمینه کردند. در این پژوهش پارامتر طراحی خط استک (Stack) تعیین‌شده و پروفیل پـره در مکـان شـعاعی مشـخص و توزیـع زاویـه نشسـت در طـول پـره قـرار داده شـد. همچنین متوسط چرخش جریان و نرخ جریـان جرمـی بـه‌عنوان قیدهای طراحی تعیین‌شده‌اند. در نتیجه ایـن کـار کـه در حالـت غیر لزج انجام شده است، بازده پـره حـدود یـک درصـد افـزایش یافت. همچنین مدل‌سازی جریان لزج در پره نیز انجام شده است و بهینه سازی نشان داد که بازده در حالت لزج نیز افـزایش پیـدا کرده است.

تحقیقات در مـورد هـر دو روش گرادیـانی و غیـر گرادیـانی همچنـان ادامـه دارد و در سـال ۱۳۹۰ چنـد مقالـه در مـورد روش‌هـای تکـاملی و الحـاقی ارائه‌شـده اسـت. سـونگ و گروهش [۱۶] روش تکامل دیفرانسیلی موازی با محدوده انطباقی (Parallel adaptive range differential evolutionary: PARDE) را برای بهینه‌سازی طبقه توربین به کار بستند. در این پژوهش از منحنی‌هـای نربـز (NURBS) بـرای پـارامتری کـردن شکل پره به کار رفته و با حل معادلات RANS جریان اطراف پره شبیه‌سازی شده است و در نتیجه بهینه‌سازی پـره، بـازده طبقـه ۱/۶ درصد افزایش یافت.

جانگ و همکارانش [۱۷] در پژوهشی پره تـوربین سـه‌بعدی را به کمک روش گرادیانی SQP بهینه نمودند. در این پژوهش از منحنی‌های بی‌اسپلاین برای پارامتری کردن شکل استفاده شـده اسـت. در ایـن تحقیـق نیـز هـر دو روش معـادلات حساسـیت و الحاقی برای محاسبه گرادیان‌ها به کار رفته و این نتیجـه حاصـل شد که معادلات الحاقی برای مسائل بهینه‌سـازی شـکل، کـارایی بهتری دارد درحالی‌که روش حساسیت بـرای کاربردهـایی ماننـد محاسبه‌ی تأثیر شرایط ورودی و خروجی بـر متغیرهـای جریـان مفیدتر است.

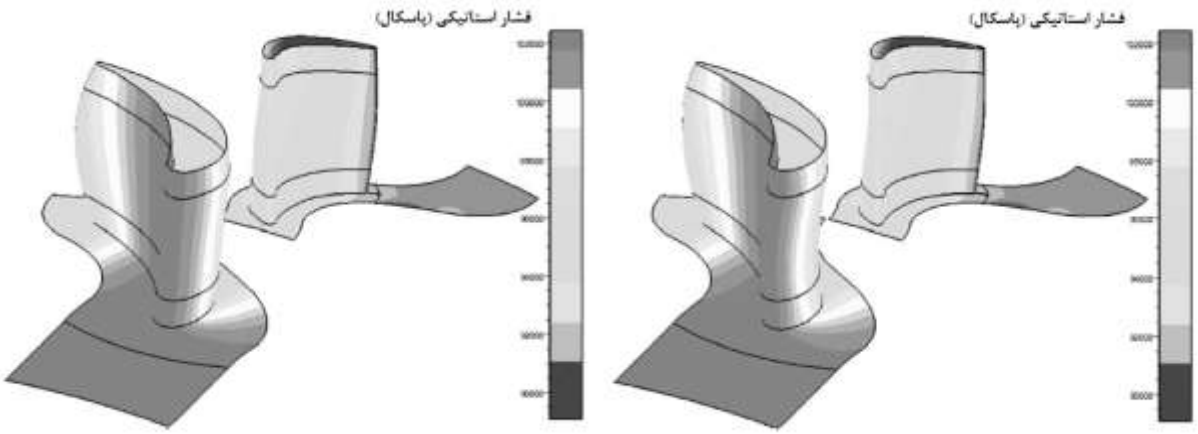
لی و همکارانش [۱۸] در سال ۱۳۹۰ بـرای بهبـود عملکـرد آئرودینامیکی پـره دوبعـدی تـوربین گـذر صـوتی، روش الحـاقی پیوسته را همراه با الگوریتم شبه نیوتنی بکار بردند. هدف در این پژوهش، کمینه کردن نرخ تولیـد آنتروپـی بـا قیـد دبـی جرمـی جریـان اسـت. در ایـن کـار تنهـا سـطح مکـش بـا اسـتفاده از منحنی‌هـای نربـز (NURBS4) تغییـر داده شـد و عملکـرد آئرودینامیکی پره به وسیله حلگر دوبعدی RANS تعیین گردیـد. آن‌ها گزارش کردند که در طـرح بهینـه، شـوک تضـعیف شـده و بازده‌ی آئرودینامیکی افزایش یافته است.



شکل ۶: شبکه‌بندی کسکید توربین [۱۲].

۶- نتیجه‌گیری

همان‌طور کـه در ایـن مقالـه بـه ایـن روش‌هـا اشاره‌شـده اسـت ملاحظه می‌شود گسـتردگی روش‌هـای بهینه‌سـازی بسـیار زیـاد می‌باشد. این تفاوت را مـی‌تـوان در انتخـاب روش حـل جریـان، الگوریتم بهینه‌سازی و نحوه‌ی ارتباط ایـن دو در مقالـه ملاحظـه نمود. هر یک از این روش‌ها مزایا و معایب خود را دارا مـی‌باشـند که با توجه به نوع مسئله و اهـداف و قیـدهای مسـئله بهتـرین و ارزان‌تـرین روش را برگزیـده مـی‌شـود. اسـتفاده از روش‌هـای بهینه‌سازی در توربین‌ها در اغلب موارد تـأثیر بسـزایی در بهبـود عملکرد و کاهش اتلاف انـرژی داراسـت. کـاهش مصـرف انـرژی سوخت که امروزه اهمیت بسزایی یافته است بـا اسـتفاده از ایـن روش‌هـا قابل‌دسـتیابی اسـت کـه نتیجـه آن کـاهش آلـودگی محیط‌زیست نیز خواهد بود.



شکل ۷: شکل سمت چپ پره‌های اولیه و پره سمت راست پره‌های بهینه‌شده [۱۳].

سپاسگزاری

از جناب آقای مهندس قاسم مصیبی و مهندس مسعود مزروعی برای کمک‌های شایان ایشان در تهیه این مقاله کمال تشکررا داریم.

مراجع

[1] Mengistu, T., "Aerodynamic Design and Optimization of Turbomachinery Blading," PhD Thesis, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada, April 2005.
[2] Arens, K., Rentrop, P., Stoll, S. O., and Wever, U., "An Adjoint Approach to Optimal Design of Turbine Blades," Appl. Numer. Math., 53, pp. 93-105, 2005.
[3] Büche, D., Guidati, G., and Stoll, P., "Automated Design Optimization of Compressor Blades for Stationary, Large Scale Turbomachinery," ASME Paper No. GT2003-38421.
[4] Anderson, W. K., and Venkatakrishnan, V., "Aerodynamic Design Optimization on Unstructured Grids with a Continuous Adjoint Formulation," AIAA Paper No. 97-0643.
[5] Oyama, A., Liou, M. S. and Obayashi, S., "Transonic Axial-Flow Blade Optimization Using Evolutionary Algorithms and Three Dimensional Navier-Stokes Solver," AIAA paper 2002-5642.
[6] Yang, S., Wu, H., and Liu, F., 2003, "Aerodynamic Design of Cascades by Using an Adjoint Equation Method," AIAA Paper No. AIAA 2003-1068.
[7] Cofer, J. I., "Advencedd in Steam Path Technology", GE Power Generation, General Electric Co. ASME Journal, 1996.
[8] Rajadas, J.N., Chattopadhyay, A., Pagaldipti, N., Zhang, S., "Shape Optimization of Turbine Blades with the Integration of Aerodynamics and Heat Transfer," Journal of Mathematical Problems in Engineering, 1998.
[9] James A. Jones, Jr., "A Multidisciplinary Algorithm for the 3-D Design Optimization of Transonic Axial Compressor Blades," PhD Thesis, NAVAL POSTGRADUATE SCHOOL, June 2002.
[10] Cho, S.-Y., Yoon, E.-S., and Choi, B-S., "A Study on an Axial-Type 2-D Turbine Blade Shape for Reducing the Blade Profile Loss," KSME International Journal, Vol. 16, No. 8, pp. 1154-1164, 2002.
[11] Yershov, S., Rusanov, A., Shapochka, A., Lampart, P., ´wirydczuk, and J. S., Gardzilewicz, A., "Shape Optimization of Two Turbine Stages Using the Deformed Polyhedron Method and a Three-dimensional RANS Solver," Proc Instn Mech Engrs Vol. 216 Part A: J. Power and Energy, 2002.
[12] Toyotaka, S., Toshiyuki, A., and Markus, O., "A Study of Advanced High-Loaded Transonic Turbine Airfoils," ASME Journal of Turbomachinery, 128:pp. 650-657, 2006.
[13] Chen, B., Yuan, X., "Advanced Aerodynamic Optimization System for Turbomachinery," Journal of Turbomachinery, Vol. 130, APRIL 2008.
[14] Beer, W., "Optimization of a Compound Lean Turbine Blade in a Linear Cascade," PhD Thesis, Technischen Universität Wien, 2008.
[15] Luo, J., Xiong, J., Liu, F., and McBean, I., "Three-Dimensional Aerodynamic Design Optimization of a Turbine Blade by Using an Adjoint Method," Journal of Turbomachinery, Vol. 133, January 2011.
[16] Song, L. Lou, C. Li, J., and Feng, Z., "Aerodynamic Optimization of Axial Turbomachinery Blades Using Parallel Adaptive Range Differential Evolution and Reynolds-Averaged Navier–Stokes Solutions," International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 2011; 27:283-303.
[17] Jung, A., ammerer, S.K¨, Paffrath, M., Wever, U., "3D Shape Optimization of Turbine Blades," Z. Angew. Math. Mech. 85, No. 12, pp. 878-895, 2005.
[18] Li, H., Song, L., Li, Y., and Feng, Z., "2D Viscous Aerodynamic Shape Design Optimization for Turbine Blades Based on Adjoint Method," Journal of Turbomachinery, Vol. 133, July 2011.