

تمرین سری چهارم

درس مکانیک آماری غیرتعادلی

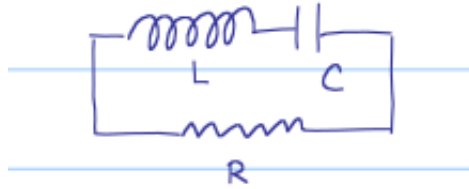
پائیز ۱۴۰۰

مهلت تحویل

۹ آذر هزار و چهارصد

سوال ۱

در تمرین قبلی مدار را به صورت RLC در نظر بگیرید



معادله لانجون به صورت زیر است:

$$L \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) + \frac{Q(t)}{C} = \xi(t)$$

با شرطهای $\langle \xi(t) \rangle = 0$ و $\langle \xi(t_1)\xi(t_2) \rangle = g\delta(t_1 - t_2)$.
 * کمیت‌های $\langle Q(t_1)Q(t_2) \rangle$ و $\langle I(t_1)I(t_2) \rangle$ را محاسبه کنید. شرایط اولیه به صورت $\langle Q(0) \rangle = \langle I(0) \rangle = 0$ می‌باشد (همچنین فرض کنید که $\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2C} \langle Q^2(0) \rangle = \frac{1}{2}L \langle I^2(0) \rangle$).
 * واریانس بار $\langle Q^2(0) \rangle - \langle Q(0) \rangle^2$ خازن را بیابید.

سوال ۲

یک ذره در یک شبکه یک بعدی حرکت تصادفی انجام می‌دهد. این ذره با احتمال p در جهت حرکت قدم قبلی خود و با احتمال q در خلاف حرکت قدم قبلی خود یک گام برمی‌دارد. اگر این ذره اولین قدم خود را به سمت راست بردارد، کمیت‌های $\langle X(n) \rangle$ و $\langle X^2(n) \rangle$ را محاسبه کنید. فرض کنید که طول هر قدم برابر با یک و $X(0) = 0$ است.

سوال ۳

مسئله ولگشت را تا جایی که می‌توانید روی یک شبکه لانه زنبوری تا جایی که می‌توانید مطالعه کنید.

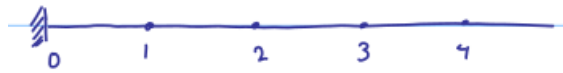
سوال ۴

بر روی یک صفحه خطوط بینهایت بلندی به فاصله h از یکدیگر رسم شده‌اند. سوزنی به طول l را به صورت کاملاً تصادفی روی این صفحه کاغذ می‌اندازیم. احتمال این که سوزن خطوط موازی را قطع نکند در دو حالت زیر چقدر است:

$$h < l *$$

$$.h > l *$$

سوال ۵



یک ذره روی یک خط (مطابق شکل) گشت تصادفی انجام می‌دهد. در هر نقطه با احتمال نیم یک قدم رو به جلو و با احتمال نیم یک قدم رو به عقب برمی‌دارد. تنها در نقطه صفر این ذره حتماً رو به جلو حرکت می‌کند.

* هرگاه این ذره از نقطه صفر شروع به حرکت کند، احتمال این که به همان نقطه برگردد چقدر است؟

* هرگاه از نقطه n شروع به حرکت کند، احتمال فوق چقدر است؟

* زمان بازگشت به نقطه صفر، هرگاه ذره از نقطه صفر شروع به حرکت کرده باشد چقدر است؟