تمرین سری سوم

درس مکانیک آماری غیرتعادلی

پائیز ۱۴۰۰

مهلت تحویل

۱ آذر هزار و چهارصد

سوال ۱

یک ذره که ولگشت تصادفی در سه بعد انجام می‌دهد، قدمهایی به طول l برمی‌دارد هر قدم با احتمال $A\cos^2(\frac{\theta}{2})d\theta$ زاویه‌ای بین θ و $\theta + d\theta$ با محور z می‌سازد و زاویه ϕ آن به احتمال یکنواخت توزیع شده است.

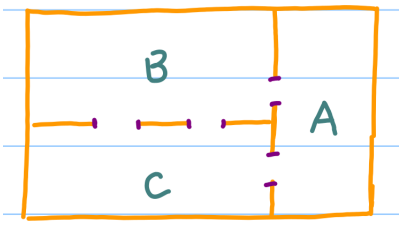
* مقدار A را پیدا کنید.

* بعد از N قدم مقادیر متوسط زیر را بیابید:

$$\langle x\rangle, \langle y\rangle, \langle z\rangle, \langle x^2\rangle, \langle y^2\rangle, \langle z^2\rangle, \langle xy\rangle, \langle xz\rangle, \langle yz\rangle$$

سوال ۲

یک موش تربیت شده در خانه شکل روبرو زندگی می‌کند. هر با که زنگ به صدا در می‌آید موش اتاقک خود را عوض می‌کند. احتمال استفاده از هر کدام از درهایی که در اختیار است یکسان است. یک متغییر تصادفی به شکل زیر تعریف می‌کنیم:



$$X = \begin{cases} 1 & \text{If in A} \\ 2 & \text{If in B} \\ 3 & \text{If in C} \end{cases}$$

* اگر ابتدا موش در اتاقک A باشد، احتمال حضور آن را در هر کدام از اتاقکها در موقعی که زنگ برای بار n به صدا در می‌آید حساب کنید.
* حساب کنید که تا بار n ام، موش چه کسری از زندگی خود را در هر کدام از اتاقکها سپری کرده است.
* تابع همبستگی $\langle X(0)X(n)\rangle$ را که در آن n تعداد دفعاتی است که زنگ به صدا درآمده است را حساب کنید.

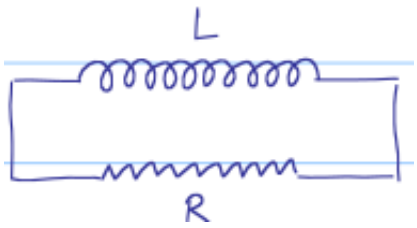
سوال ۳

در یک قطعه ماده تعداد n اتم رادیواکتیو وجود دارد. یک اتم رادیواکتیو در زمان dt با احتمال λdt دچار واپاشی می‌شود. اگر در لحظه صفر داشته باشیم $n(0) = n_0$ ،

* $P(n,t)$ یعنی احتمال این را که در زمان t تعداد اتمهای رادیواکتیو n باشد را پیدا کنید.
* مقادیر $\langle n(t)\rangle$ و $\langle n^2(t)\rangle - \langle n(t)\rangle^2$ و هم چنین نیمه عمر این ماده رادیواکتیو را بیابید.

سوال ۴

مدار شکل زیر را در نظر بگیرید، به این مدار هیچ منبع تغذیه‌ای وصل نیست ولی به دلیل افت خیزهای حرارتی و حرکت الکترونها یک نیروی محرکه تصادفی $\xi(t)$ در این مدار وجود دارد. معادله لانجون برای این مدار به شکل زیر است:



$$L\frac{dI(t)}{dt} + RI(t) = \xi(t)$$

تابع $\xi(t)$ در این شرایط صدق می‌کند $\langle \xi(t)\rangle = 0$ و $\langle \xi(t_1)\xi(t_2)\rangle = g\delta(t_1 - t_2)$.

* تابع همبستگی جریان را حساب کنید.

* مقدار g را محاسبه کنید. $(\frac{1}{2}L\langle I^2(0)\rangle = \frac{1}{2}k_BT)$