

فصل پنجم

تئوری پراکندگی کیرشهف

۱.۵ پراکندگی از سطوح زبر

با تقریب خوبی می‌توان تمام سطوح موجود در طبیعت را صاف دانست و زبری مهمترین عامل تاثیرگذار بر پراکندگی امواج الکترومغناطیسی^۱ (EM) است. زبری خصلت ذاتی سطح پراکنده نیست، بلکه به ویژگی‌های موج پراکنده شده بستگی دارد. طول موج (k) و زاویه فرودی موج تابیده شده θ از جمله معیارهای تعیین کننده میزان صافی یا زبری سطح هستند. در واقع رابطه میان طول موج فرودی و پارامتر زبری سطح (σ) با ($k\sigma$) بیان می‌شود. بنابراین با افزایش طول موج، زبری کاهش می‌یابد. در نتیجه، طول موج تابیده بر یک سطح، معیاری جهت تعیین زبری سطح می‌باشد، $k = 2\pi/\lambda$. همچنین، زاویه فرود نیز نقش بسزایی بر میزان زبری سطح دارد، به این صورت که در پراکندگی در نواحی نزدیک^۲، سطح زبرتر به نظر می‌رسد، نسبت به حالت پراکندگی در نواحی دورتر^۳.

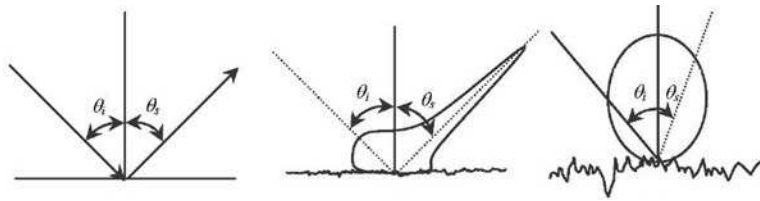
در مورد یک سطح صاف، چگونگی بازتاب توسط قوانین بازتاب فرسnel^۴ بیان می‌شود. این قوانین، توصیف کننده بازتاب یک موج عبوری از فصل مشترک میان دو محیط دی‌الکتریک هستند. ضریب فرسnel، Γ ، تابعی است از زاویه فرود θ ، زاویه

^۱ Electromagnetic Waves

^۲ The Near Field of The Propagation

^۳ The Far Field

^۴ Fresnel Reflectivity



شکل ۱.۵: سهم هر یک از مولفه‌های پراکندگی برای سطوح با درجات مختلف زبری

بازتاب θ' و ثابت دی‌الکتریک پراکننده، n .

$$\Gamma_h = \frac{\mu \cos(\theta) - \sqrt{\mu \epsilon - \sin^2(\theta)}}{\mu \cos(\theta) + \sqrt{\mu \epsilon - \sin^2(\theta)}}, \quad \Gamma_v = \frac{\epsilon \cos(\theta) - \sqrt{\mu \epsilon - \sin^2(\theta)}}{\epsilon \cos(\theta) + \sqrt{\mu \epsilon - \sin^2(\theta)}}. \quad (1.5)$$

Γ_v و Γ_h به ترتیب مربوط به قطبش افقی و عمودی موج (EM) هستند و μ برای محیط‌های غیرفرومغناطیس است برای سطوح خنثی مقدار آن واحد است. با افزایش زاویه فرود، قطبش افقی بیشتر می‌شود. از طرفی قطبش عمودی کاهش می‌یابد و در زاویه‌ی بروستر^۱ (زاویه‌ای که در آن موج عبوری کاملاً توسط محیط دی‌الکتریک جذب می‌شود) مقدار آن صفر می‌شود، اما با افزایش بیشتر زاویه‌ی فرودی ناگهان افزایش می‌یابد.

اما با ثابت در نظر گرفتن طول موج و زاویه فرود، می‌توان در مورد برهمکنش موج (EM) با یک سطح زیر در حالت کلی چنین گفت که، هرچه سطح زبرتر باشد پراکندگی ناهمدوس بیشتر است و برای سطح صاف‌تر، پراکندگی همدوس غالب خواهد بود. قوانین فرسnel که به آن اشاره شد، برای یک سطح مشترک کاملاً صاف است. اما در دنیای واقعی سطوح از نظر درجه زبری طیف وسیعی دارند. موج پراکنده شده از یک سطح زیر شامل دو مولفه است، سهم بازتابیده یا همدوس^۲ و سهم پراکنده شده یا ناهمدوس^۳. مولفه همدوس نظیر بازتاب از یک سطح صاف عمل می‌کند. مولفه ناهمدوس یک پراکنده‌ی پخشی است و توان تابشی را در تمام جهت‌ها پخش می‌کند. هرچه سطح زبرتر شود، سهم همدوس بیشتر قابل صرف نظر خواهد بود و سهم ناهمدوس فقط شامل پراکندگی پخشی می‌شود. دو معیار اساسی برای تعریف میزان صافی یک سطح وجود دارد، معیارهای رایلی^۴ و فرانیهوفر^۵. موج تخت تک‌فامی را در نظر می‌گیریم که با زاویه θ ، به سطحی زیر فرود می‌آید (شکل (۱.۵)). می‌توان به‌سادگی اختلاف فاز $\delta\phi$ میان دو پرتوی بازتابیده از دو نقطه متفاوت از سطح را

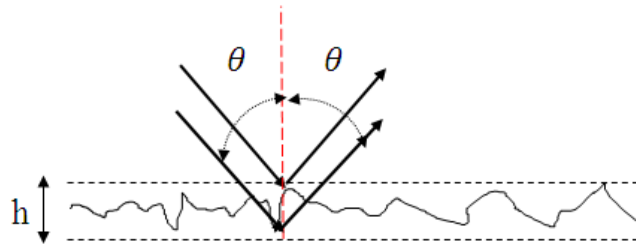
^۱ Brewster Angle

^۲ The Reflected or Coherent

^۳ The Scattered or Incoherent

^۴ Rayleigh

^۵ Fraunhofer



شکل ۲.۵: این نمودار نشان‌دهنده اختلاف فاز میان دو پرتو موج موازی پراکنده شده از نقاط متفاوت از یک سطح زیر است.

محاسبه نمود،

$$\Delta\phi = 2h \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta), \quad (2.5)$$

در این رابطه h انحراف معیار مربوط به ارتفاع زبری‌ها نسبت به یک سطح مرجع است و θ زاویه فرود پرتو بر سطح است. معیار رایلی بیان می‌کند که اگر اختلاف فاز $\Delta\phi$ میان دو پرتو بازتابیده کوچک‌تر از $\pi/2$ باشد، می‌توان آن سطح را یک سطح صاف دانست و رابطه‌ی،

$$h < \frac{\lambda}{\lambda \cos(\theta)}. \quad (3.5)$$

برای آن برقرار است. معیار دقیق‌تر و مناسب‌تر برای امواج (EM) توسط اولابی^۱ [۱۳۸] مطرح شد و معیار فرانهورفر نام دارد. این معیار سطح را صاف می‌داند اگر این اختلاف فاز $\Delta\phi < \pi/8$ باشد،

$$h < \frac{\lambda}{32 \cos(\theta)}. \quad (4.5)$$

^۱ Ulaby

۲.۵ مدل‌های تئوری پراکندگی

پراکندگی امواج از سطوح زبر بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است. بررسی‌های تجربی فراوانی صورت گرفته و رهیافت‌های مختلفی برای تحلیل نتایج تجربی ارائه گردیده است. برغم تمام تلاش‌های صورت گرفته، هنوز مساله پراکندگی از سطوح زبر به صورت تحلیلی حل کامل ندارد. روش‌های ارائه شده تقریبی و قابل اعمال برای موارد خاص بوده و اغلب به صورت عددی حل می‌شوند.

از جمله اولین مدل‌های ریاضیاتی ارائه شده توسط لرد رایلی [۱۳۹] در ۱۸۷۷ بود که معیار رایلی برای تعیین زبری سطح را معرفی می‌کند. در دهه پنجاه، پراکندگی از سطح زبر توسط فاینبرگ^۱ (۱۹۴۴-۱۹۴۶) [۱۴۰] گسترش یافت. او به بررسی مولفه همدوس امواج الکترومغناطیسی پراکنده شده به ازای مقدار کوچک ناهمواری‌ها پرداخت. رایس^۲ (۱۹۵۱) تئوری برداری اختلالش را برای پراکندگی امواج الکترومغناطیسی از یک سطح زبر تصادفی دو بعدی بکار برد [۱۴۱] و دیویس^۳ در (۱۹۵۴) [۱۴۲] تئوری مشابهی برای امواج اسکالر ارائه داد. در ادامه^۴ [۱۴۳-۱۴۵] تقریب صفحه مماس کیرشهف^۵ ارائه شد. اما همان‌طور که قبلاً هم بیان شد، اگرچه مساله پراکندگی از سطوح زبر تصادفی مدت‌ها مورد توجه گسترده بوده، اما هنوز هیچ پاسخ رضایت‌بخشی برای آن ارائه نشده و جواب بسته ندارد. در حال حاضر در مواجهه با مسایل موجود در این زمینه روش‌های تقریبی مورد استفاده قرار می‌گیرند. از جمله پرکاربردترین این روش‌ها انتگرال کیرشهف (KA) [۱۴۶، ۱۴۷] است که محاسبات این بخش بر پایه‌ی این تقریب صورت گرفته است.

تقریب کیرشهف زمانی معتبر است که ابعاد زبری سطح در مقایسه با طول موج بزرگ باشد. بنابراین مناسب مواردی است که طول موج کوتاه باشد، مانند نوارهای X یا C و یا برای طول همبستگی سطح بلند برد $(kl > 6)$. در این مورد، می‌توان پراکندگی از یک نقطه از سطح را همانند پراکندگی از یک صفحه‌ی صاف مماس بر سطح در آن نقطه فرض نمود. حتی با اعمال این تقریب نیز نمی‌توان پاسخ تحلیلی برای مساله یافت و نیازمند وارد کردن فرض‌های بیشتری هستیم.

تقریب کیرشهف بر پایه یک انتگرال بنا می‌شود که میدان پراکنده شده را در یک فاصله‌ی معین از سطح پراکنده بر حسب تقریبی از میدان روی سطح می‌دهد [۱۴۸]. این انتگرال بستگی به ماهیت میدان موج دارد، این‌که آکوستیک^۶، الاستیک^۷

^۱ Feinberg

^۲ Rice

^۳ Davies

^۴ ANTOKOL'SKII (1948), BREKHOVSKIKH (1951) and ISAKOVICH (1952)

^۵ The Kirchhoff Tangent Plane Approximation

^۶ Elastic

^۷ Acoustic

یا الکترومغناطیسی باشد. ساده‌ترین فرم انتگرال که محاسبات این فصل بر اساس آن صورت می‌گیرد، با فرض فرود یک موج تخت تکفام^۱ و اسکالر بر سطح زبری که ضریب بازتاب آن مستقل از مکان است، شکل می‌گیرد. تئوری اسکالر کیرشهف برای امواج آکوستیک و الکترومغناطیسی که هیچ‌گونه جفت‌شدگی میان مولفه‌های قطبش وجود ندارد، مناسب است. مطالعات این فصل با فرض آکوستیک بودن میدان فرودی است. اندازه میدان با ψ نشان داده می‌شود. در حضور یک عامل پراکننده، میدان کل ψ ، از دو قسمت تشکیل می‌شود، میدان تابشی، ψ^{inc} ، و میدان حاصل از برهمکنش موج فرودی با عامل پراکننده ψ^{sc} ،

$$\psi(r) = \psi^{inc}(r) + \psi^{sc}(r). \quad (5.5)$$

میدان کل در هر نقطه‌ی r بر روی سطح با استفاده از رابطه پراکندگی هلمهولتز^۲ حاصل می‌شود،

$$\psi(r) = \psi^{sc}(r) + \int_{A_0} \left[\psi^{sc}(r_0) \frac{\partial G(r, r_0)}{\partial n_0} - G(r, r_0) \frac{\partial \psi^{sc}(r_0)}{\partial n_0} \right] dA_0. \quad (6.5)$$

در این رابطه، انتگرال بر روی سطح A_0 انجام می‌شود و n_0 خط عمود بر سطح به سمت منبع بوده و $G(r, r_0)$ تابع گرینی^۳ است که اثر نیروی وارد بر نقطه‌ی r را در نقطه‌ی r_0 نشان می‌دهد. برای پراکندگی از یک سطح با ابعاد محدود، تابع گرین فضای کامل به صورت،

$$G(r, r_0) = \frac{\exp(ik|r - r_0|)}{4\pi|r - r_0|}, \quad (7.5)$$

است. r_0 نقطه‌ای بر روی سطح زبر و r فاصله نسبت به آن است. برای سطح بسته‌ی A_0 ، می‌توان در عبارت داخل انتگرال، بجای میدان پراکنده شده از میدان کل استفاده کرد، چرا که سهم مربوط به میدان فرودی صفر است. بنابراین میدان پراکنده شده را به این صورت به دست می‌آوریم [۱۴۸]،

$$\psi^{sc}(r) = \psi(r) - \psi^{inc}(r) = \int_{A_0} \left[\psi(r_0) \frac{\partial G(r, r_0)}{\partial n_0} - G(r, r_0) \frac{\partial \psi(r_0)}{\partial n_0} \right] dA_0.$$

^۱ Monochromatic Plane Wave

^۲ Helmholtz Scattering Formula

^۳ Green Function

جهت محاسبه انتگرال فوق نیازمند میدان و مشتق آن بر روی سطح هستیم. در این جا تئوری کیرشهف برای پراکندگی از سطح زبر تصادفی را در رژیم ناحیه دور و برای موج فرودی تخت و تکفام، $\psi^{inc}(r) = \exp(-ik_{inc} \cdot r)$ ، با بردار موج k در مکان r ، تحت شرایط مرزی دیریکله، $R_0 = -1$ ، و این فرض که هیچ نقطه‌ای بر روی سطح دارای گرادیان بی‌نهایت نیست، در نظریه‌ی گیریم. در این صورت شدت کل میدان پراکنده شده، $\psi^{sc}(r)$ ، بر روی سطح مورد بررسی، A_0 ، به این صورت خواهد بود [۱۴۸]،

$$\psi^{sc}(r) = \frac{ike^{ikr}}{4\pi r} \int_{A_0} \left(a \frac{\partial h}{\partial x_0} + b \frac{\partial h}{\partial y_0} - c \right) \times \exp(ik[Ax_0 + By_0 + Ch(x_0, y_0)]) dx_0 dy_0, \quad (۸.۵)$$

که ثابت‌های موجود در رابطه به این صورت هستند،

$$A = \sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_3,$$

$$B = -\sin \theta_2 \sin \theta_3,$$

$$C = -(\cos \theta_1 + \cos \theta_2),$$

$$a = \sin \theta_1 (1 - R_0) + \sin \theta_2 \cos \theta_3 (1 + R_0),$$

$$b = \sin \theta_2 \sin \theta_3 (1 + R_0),$$

$$c = \cos \theta_2 (1 + R_0) - \cos \theta_1 (1 - R_0). \quad (۹.۵)$$

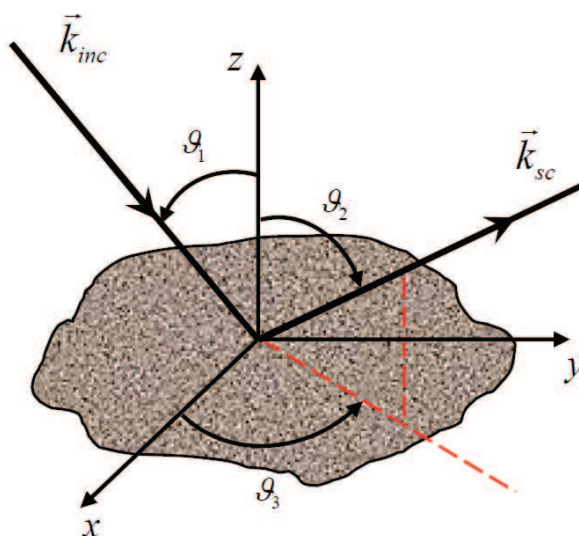
شکل (۳.۵) به صورت شماتیک هندسه مساله را نشان می‌دهد. جهت مطالعه جزئیات بیشتر در مورد محاسبات فوق می‌توان به منبع [۱۴۸] مراجعه نمود. در مطالعه پدیده پراکندگی، کمیت مناسب‌تر جهت بررسی شدت کل میدان پراکندگی است، که کمیتی قابل مشاهده است و از دو قسمت همدوس (I_{coh}) برای بازتاب آینه‌ای و پخشی (I_d) تشکیل شده است،

$$I_{tot} = I_{coh} + I_d = \langle \psi^{sc}(r) \psi^{sc*}(r) \rangle. \quad (۱۰.۵)$$

شدت همدوس،

$$I_{coh} = \langle \psi^{sc} \rangle \langle \psi^{sc*} \rangle = e^{-g} I. \quad (۱۱.۵)$$

تابعی است از واریانس سطح $\sigma^2 C^2 k^2 = g$. I_0 شدت میدان همدوس پراکنده شده از یک سطح کاملاً صاف است. سهم



شکل ۳.۵: شکل شماتیک نشان دهنده هندسه بکار رفته در بررسی مساله پراکندگی موج تخت از سطح زبر.

پخششی شدت کل،

$$\begin{aligned} \langle I_d \rangle &= \langle \psi^{sc} \psi^{sc*} \rangle - \langle \psi^{sc} \rangle \langle \psi^{sc*} \rangle \\ &= \frac{A_M k^2 F^2}{2\pi r^2} e^{-g} \int_0^\infty J_0(kR\sqrt{A^2+B^2}) [e^{gCor(R)} - 1] R dR \end{aligned} \quad (12.5)$$

بر حسب تابع همبستگی ارتفاع سطح،

$$Cor(R) = \frac{\langle (h(x+R) - \bar{h})(h(x) - \bar{h}) \rangle}{\sigma^2} \quad (13.5)$$

به دست می آید. \bar{h} ارتفاع میانگین سطح است.

۳.۵ پدیده پراکندگی از سطوح خودمتناسب

یک شکل هندسی یا شی طبیعی فراکتال است در صورتی که دارای چند ویژگی باشد: اول این که اجزای کوچک آن ساختاری همانند کل شکل را دارند، تنها تفاوت در مقیاس مشاهده آن هاست. به بیانی دیگر خودمتشابه هستند. دوم، مستقل از مقیاس مشاهده، شکل آن‌ها کاملاً نامنظم یا به شدت گسسته و منقطع است. و سوم این که دارای ویژگی‌های بارزی است

که بر روی طیف مقیاسی وسیعی تغییر می‌کنند [۱۴۹]. از جمله ویژگی‌های مهم در فراکتال‌ها این است که بعد فراکتالی^۱ غیر صحیحی، d_f ، دارند. این بعد در واقع نحوه‌ی وابستگی یک کمیت را به مقیاسی که در آن مورد مشاهده قرار گرفته، نشان می‌دهد. روش‌های زیادی برای محاسبه بعد فراکتالی وجود دارد که برای اطلاعات بیشتر می‌توان مراجع [۱۵۱، ۱۵۰] را مطالعه نمود.

برخی از فراکتال‌ها دارای ویژگی خودمتناسبی^۲ هستند. یعنی، با تغییر مقیاس‌های متفاوت در جهت‌های مختلف، شکل نهایی مشابه حالت اولیه است. این شکل ناهمگن برای ناوردایی مقیاسی، خودمتناسبی نامیده می‌شود. به عنوان نمونه، اگر شی فراکتالی در راستای محور x ، a برابر شود،

$$x \rightarrow ax, \quad (14.5)$$

در راستای y باید به صورت،

$$y(x) = a^{-H}y(ax), \quad (15.5)$$

تغییر کند، تا شکل اولیه حاصل شود. نمای رابطه مقیاسی، نمای هارست، H ، نام دارد که معیاری از زبری سطح می‌باشد. نمای هارست با بعد فراکتالی رابطه $H = d - d_f$ دارد، که d بعد فضای دربرگیرنده‌ی شی فراکتالی است. به عنوان مثال برای یک سطح^۲ است.

اما نمای زبری به تنهایی نمی‌تواند اطلاعات کاملی در مورد میزان افت و خیزهای سطح بدهد. تابع همبستگی ارتفاع^۳ نیز کمیت مهم دیگر در توصیف ناهمواری سطح است. از این رو، در همبستگی‌های کوتاه برد، زبری سطح توسط انحراف معیار ارتفاع و طول همبستگی^۴ مشخص می‌شود. تابع همبستگی برای سطوح خودمتناسب طبق پیشنهاد سینها^۵ [۱۵۲] از یک رابطه‌ی نمایی پیروی می‌کند،

$$Cor(R) \approx e^{-\left(\frac{R}{\xi}\right)^H}. \quad (16.5)$$

^۱ Fractal Dimension

^۲ Self-Affine surface

^۳ Height-Height Correlation Function

^۴ Correlation Length

^۵ Sinha

ξ طول همبستگی است و به همراه نمای هارست این که یک نقطه تا چه مسافتی می تواند ارتفاع نقطه آغازین حرکت خود را به خاطر آورد، کنترل می کند [۱۵۳]. این نوع تابعیت قادر است حالت های حدی مناسب برای تابع همبستگی ارائه دهد. به عبارتی، برای $\xi \gg R$ به صفر میل می کند و برای $R \ll \xi$ به صورت توانی، $Cor(R) \simeq 1 - \left(\frac{R}{\xi}\right)^{2H}$ ، است. $0 < H < 1$ است که نمای هارست بزرگ تر نشان دهنده افت و خیزهای کوچک تر یا به عبارتی سطحی صاف تر است.

۴.۵ پدیده پراکندگی در رهیافت ریاضیات کسری

از نگاه ناظر ساکن در فضایی فراکتالی با بعد غیر صحیح، فضای پیرامون محیطی تخت و صاف می باشد و افت و خیزی در سطح مشاهده نمی شود [۱۵۴]. در واقع با قرار گرفتن در فضای یک فراکتال، آثار ناشی از افت و خیزهای سطح در بعد فراکتالی سطح وارد می شوند. به این ترتیب، با در نظر گرفتن این فضا، انتگرال (۸.۵) را بجای دو بعدی برای فضایی با بعد فراکتالی α تعریف می کنیم. انتگرال مورد استفاده برای این منظور، انتگرال ریمان-لیوویل بر روی ناحیه S در فضایی با بعد α خواهد بود. از آن جا که این ناحیه نشان دهنده افت و خیزهای سطح دوبعدی است، بازه تغییرات $2 < \alpha < 3$ است که $\alpha = 2$ سطح صاف ایده آل را نشان می دهد و $\alpha = 3$ بعد سطحی کاملاً زبر است. حال با توجه به از بین رفتن آثار ناهمواری ها، $\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial y} = 0$ ، انتگرال فوق صورتی ساده تر خواهد داشت. بدون کاستن از کلیت مساله شرط ساده کننده $\theta_3 = 0$ را لحاظ می کنیم که تابش و پراکندگی را در یک صفحه محدود می کند. در نهایت به انتگرال،

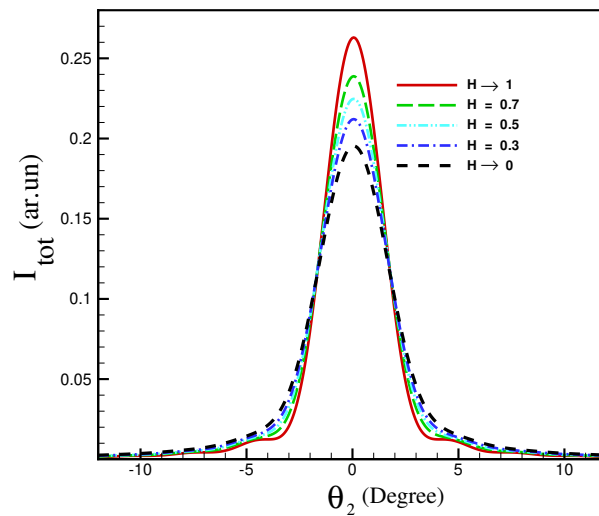
$$\psi^{sc}(r) = \frac{i(-c)ke^{ikr}}{4\pi r} \int_S \exp(ikAs) d^\alpha s, \quad (17.5)$$

بر روی یک موج تخت می رسمیم. حال می بایست این انتگرال کسری محاسبه شود.

با استفاده از تعاریف موجود در ریاضیات کسری، این نتیجه بر اساس تابع میتاگ-لفلر (۱۷.۳) بیان می شود. از ریاضیات کسری می دانیم که انتگرال کسری تابع نمایی به صورت،

$$D_x^{-\alpha} e^{mx} = x^\alpha e^{mx} \gamma^*(\alpha, mx) = E_x(\alpha, m), \quad (18.5)$$

است [۱۱۳]. در این رابطه $D_x^{-\alpha}$ انتگرال ریمان-لیوویل مرتبه α است و x متغیر انتگرال گیری می باشد. ثابت دلخواه



شکل ۴.۵: تغییرات شدت کل میدان پراکنده شده، I_{tot} ، برحسب زاویه پراکندگی، θ_2 ، به ازای مقادیر مختلف نمای هارست. زاویه فرودی عمودی در نظر گرفته شده و طول موج $\lambda = 500 \text{ nm}$ است [۱۵۶].

m می تواند مقداری مختلط نیز داشته باشد. نمایش فوق بر حسب تابع گامای ناکامل است،

$$\gamma^*(\alpha, mx) = \frac{1}{(mx)^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^{mx} \xi^{\alpha-1} e^{-\xi} d\xi. \quad (19.5)$$

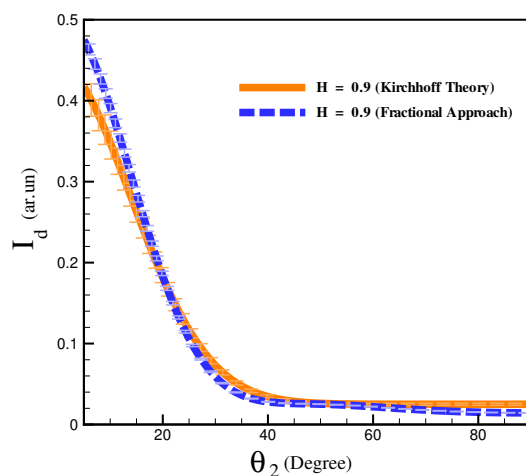
در رابطه‌ی (۱۸.۵)، $E_x(\alpha, m)$ تابع میلر-راس^۱ است که به صورت،

$$E_x(\alpha, m) = x^\alpha E_{1, \alpha+1}(mx), \quad (20.5)$$

با تابع میتاگ-لفلر در ارتباط است.

شکل (۴.۵) شدت حاصل از انتگرال (۱۷.۵) را به ازای مقادیر مختلف برای نمای هارست نشان می دهد. مشاهده می شود که شدت کل در زاویه‌ی آینه‌ای پیک شدیدی دارد. از آنجا که سهم شدت در این زاویه مربوط به شدت همدوس است، این نتیجه حاکی از این واقعیت است که تقریباً تمام پرتوی تابیده شده به سطح در زاویه آینه‌ای بازتابیده شده و سهم ناهمدوس که متعلق به شدت پخشی است، بسیار ناچیز است. بنابراین ملاحظه می شود که نتیجه محاسبه پراکندگی در فضای فراکتالی با بعد غیر صحیح، یک بازتاب ساده است. همچنین از این شکل پیداست که با کاهش نمای هارست که به معنای افزایش زبری سطح و در نتیجه افزایش بعد سطح در فضای کسری است، شدت پیک در زاویه آینه‌ای کاهش می یابد

^۱ Miller-Ross Function



شکل ۵.۵: مقایسه شدت پخشی میدان پراکنده شده از سطح زیر با نمای هارست $H = 0.9$ ، حاصل از رهیافت انتگرال کسری [۱۵۶] و نتیجه حل انتگرال کیرشهف در مرجع ([۱۵۵]).

و سهم ناهمدوس در زوایای دورتر از آینه‌ای افزایش می‌یابد. این نتیجه در توافق خوبی با نتیجه‌ی حاصل از حل عددی تقریب کیرشهف در مرجع ([۱۵۵]) است. تغییرات شدت ناهمدوس (شدت کل در زوایای غیر آینه‌ای) در شکل (۵.۵) برای دو رهیافت با هم مقایسه شده است.

