

فصل ۱

مقدمه

۱۰.۱ سیستم‌های پیچیده

۱۰.۱.۱ ماهیت

حدود ۳۳۰ سال پیش، نیوتون با انتشار شاهکار خود، اصول ریاضی فلسفه طبیعی، نگاهی جدید نسبت به بررسی طبیعت را معرفی کرد. نگاه نیوتون به علم به کمک نظریه الکترومناطیس که توسط مکسول جمع بندی و در نهایت توسط آلتبرت اینشتین کامل شد، شالوده فیزیک کلاسیک را بنا نهاد. انقلاب بعدی علم، توسط مکانیک کوانتمی رخ داد. آنچه که مکانیک کوانتمی در قرن ۲۰ میلادی نشانه گرفت، مسئله موضعیت در فیزیک کلاسیک و نگاه احتمالاتی به طبیعت بود. نگاهی که سرانجام منجر به پارادایمی جدید در علم، به عنوان فیزیک مدرن شد. با این وجود، علی‌رغم پیشرفت‌های خارق‌العاده در فیزیک و سایر علوم، کما کان در توجیه بسیاری از پدیده‌ها ناتوان مانده‌ایم. پدیده‌هایی که همیشه اطرافمان حاضر بوده‌اند ولی هیچ‌موقع قادر به توجیه رفتار آن‌ها نبوده‌ایم. بنابراین، می‌توان به این فکر کرد که شاید در نگاه ما به طبیعت و مسائل علمی، نقصی وجود داشته باشد. به دیگر سخن، بعد نیست که مجدداً نیاز به بازنگری در نگاه‌مان به طبیعت (تغییر پارادایم) داشته باشیم؛ عده‌ی زیادی معتقد‌ند آنچه که در قرن ۲۱ ام نیاز است، نگاهی جدید به مبانی علم است؛ نگاه پیچیدگی!

گاهی گفته می‌شود که ایده پیچیدگی، بخشی از چارچوب اتحاد بخشی برای علم و انقلابی در فهم ما از سیستم‌هایی مانند مغز انسان یا اقتصاد جهانی است که رفتار آن‌ها به سختی قابل پیش‌بینی و کنترل است. به همین خاطر، سوالی مطرح می‌شود؛ آیا چیزی به عنوان «علم پیچیدگی» وجود دارد یا اینکه پیچیدگی متناظر با هر شاخه‌ای از علم، دارای شیوه خاص خود است و مردم در رشته‌های مختلف مشغول سروکله زدن با سیستم‌های پیچیده زمینه کاری خود هستند؟! به عبارت دیگر، آیا یک پدیده طبیعی مجرد به اسم پیچیدگی، به عنوان بخشی از یک نظریه خاص علمی در سیستم‌های متنوع

فیزیکی (شامل موجودات زنده) وجود دارد یا اینکه ممکن است سیستم‌های پیچیده گوناگونی بدون هیچ وجه مشترک وجود داشته باشد؟! بنابراین، مهم‌ترین سوالی که در زمینه پیچیدگی می‌توانیم بپرسیم این است که، به راستی پیچیدگی چیست؟ و در صورت وجود پاسخ مناسب به این پرسش، به دنبال این باشیم که آیا برای تمام علوم یک نوع پیچیدگی وجود دارد یا اینکه پیچیدگی وابسته به حوزه مورد مطالعه است!

در مورد تعریف پیچیدگی، هنوز اتفاق نظری بین متخصصان یک رشته خاص، مانند فیزیک، وجود ندارد، چه بر سرde به تعاریفی که در رشته‌های متنوع مطرح می‌شود. این تعاریف در ادامه نقد و بررسی می‌شوند. با این وجود، مشترکات زیادی در بین تعاریف موجود وجود دارد که برای شروع بحث، مرور آن‌ها خالی از لطف نیست:

۱. برای ما، پیچیدگی به معنای وجود ساختار به همراه تغییرات است. [۱]

۲. از یک جهت، سیستم پیچیده، سیستمی است که تحول آن شدیداً به شرایط اولیه و یا اختلال‌های کوچک حساس است. سیستمی شامل تعداد زیادی قسمت مستقل در حال برهمنکش با یکدیگر که می‌تواند مسیرهای مختلفی برای تحولش را بپیماید. توصیف تحلیلی چنین سیستمی قاعداً نیاز به معادلات دیفرانسیل غیرخطی دارد. از جهت دیگر، می‌توانیم نگاهی غیررسمی داشته باشیم، به این معنا که اگر بخواهیم قضاوتی داشته باشیم، سیستم «بغرنج^۱» است و قابلیت اینکه دقیقاً به طور تحلیلی یا نوع دیگری توصیف شود وجود نداشته باشد. [۲]

۳. به طور کلی، صفت «پیچیده»، سیستم و یا مولفه‌ای را توصیف می‌کند که فهم یا تغییر طراحی و/یا عملکرد آن دشوار باشد. پیچیدگی توسط عواملی چون تعداد مولفه‌های سازنده و روابط غیربدیهی بین آن‌ها، تعداد و روابط غیربدیهی شاخه‌های شرطی، میزان تودرتو بودن و نوع ساختمان داده شناسایی می‌شود. [۳]

۴. نظریه پیچیدگی بیان می‌کند که جمعیت زیادی از اجزا، می‌توانند به سمت توده‌ها خودسازماندهی کنند و منجر به ایجاد الگو، ذخیره اطلاعات و مشارکت در تصمیم‌گیری جمعی شوند. [۴]

۵. پیچیدگی در الگوهای طبیعی نمایانگر دو مشخصه کلیدی است؛ الگوهای طبیعی حاصل از پردازش‌های غیرخطی، آن‌هایی که ویژگی‌های محیطی که در آن عمل می‌کنند یا شدیداً جفت‌شده‌اند را اصلاح می‌کنند و الگوهای طبیعی که در سیستم‌هایی شکل می‌گیرند که یا باز هستند یا توسط تبادل ارزشی، تکانه، ماده یا اطلاعات توسط مرزها از تعادل خارج شده‌اند. [۵]

۶. یک سیستم پیچیده، دقیقاً سیستمی است که برهمنکش‌های چندگانه‌ای بین عناصر متفاوت آن وجود دارد. [۶]

۷. سیستم‌های پیچیده، سیستم‌هایی با تعداد اعضای بالایی هستند که نسبت به الگوهایی که اعضای آن می‌سازند، سازگار می‌شوند یا واکنش نشان می‌دهند. [۷]

complicated^۱

۸. در سال‌های اخیر، جامعه علمی، عبارت کلیدی «سیستم پیچیده» را برای توصیف پدیده‌ها، ساختار، تجمع‌ها، موجودات زنده و مسائلی که چنین موضوعات مشترکی دارند مطرح کرده است: ۱) آن‌ها ذاتاً بفرنج و تودرتو هستند. ۲) آن‌ها به ندرت کاملاً تعیینی هستند. ۳) مدل‌های ریاضی این گونه سیستم‌ها معمولاً پیچیده و شامل رفتار غیرخطی، بدوضع^۲ یا آشوبناک هستند. ۴) این سیستم‌ها متمایل به بروز رفتارهای غیرمنتظره (رفتارهای برآمده) هستند. [۶]

۹. پیچیدگی زمانی آغاز می‌شود که علیت به‌ظاهر نقض می‌شود! [۷]

در مورد تعاریف فوق ابهاماتی وجود دارد؛ در (۱) باید ساختار و تغییرات را به درستی و دقیق معنا کنیم. در (۲) باید به دنبال تلفیق سیستم‌های پیچیده و مفاهیمی چون غیرخطی، آشوبناک و بس‌ذرهای بودن باشیم و به درستی مشخص کنیم که آیا این ویژگی‌ها شرط لازم / کافی برای یک سیستم پیچیده هستند یا نه. (۳) و (۴) مفاهیم محاسباتی و موضوعاتی از علم کامپیوتر را مطرح می‌کنند که به خودی خود مسائل چالش‌برانگیزی هستند! (۵) ایده مرکزی غیرخطی بودن را مطرح می‌کند؛ در ادامه می‌بینیم با این که تعداد زیادی از سیستم‌های پیچیده از ویژگی غیرخطی بودن تعیت می‌کنند، با این وجود غیرخطی بودن نه شرط لازم و نه شرط کافی برای پیچیدگی است. در مورد (۶) و (۷) نیز باید تأکید کنیم که بس‌ذرهای بودن و شامل اعضاء/عناصر/مولفه‌های افزاد زیادی بودن نیز شرط کافی برای پیچیدگی نیست. در ادامه خواهیم دید، تعریف (۸) که ایده‌ی برآمدگی (ظهوریافتگی یا Emergence) را مطرح می‌کند می‌تواند مفهومی بسیار گیج‌کننده باشد برای اینکه به کمک آن بتوانیم سیستم‌های پیچیده را تمیز و تشخیص دهیم. در مورد تعریف (۹) باید بحث زیادی کنیم چرا که افراد زیادی در برابر نقص علیت ناراحت خواهند شد! به همین دلیل است که گاهی در ک سیستم‌های پیچیده برای مردم دشوار است.

بنابراین با توجه به ابهامات تعاریف افراد مختلف در حوزه‌های گوناگون علم، بهتر است که مفاهیم وابسته به پیچیدگی را بررسی کنیم.

۲۰۱۰۱ ویژگی‌ها

غیرخطی بودن

خطی بودن به این معناست که جمع هر دو پاسخ مرتبط به یک معادله توصیف‌کننده سیستم، معادله جدیدی است که مجدداً سیستم را توصیف می‌کند و ضرب هر ثابتی در پاسخ معادله، پاسخ دیگری را منجر می‌شود که مجدداً در معادله توصیف کننده سیستم صدق می‌کند. سیستمی غیرخطی است که از این قاعده برهم‌نهی پیروی نکند. زمانی که واگرایی سیستم از اصل برهم‌نهی نسبت به ویژگی‌هایی غیر از آنان که توسط ریزحالت‌های سیستم توصیف می‌شوند، زیاد باشد، نتایج جالب

^۲ ill-posed

غیرخطی بودن آشکار می‌شود. به عنوان مثال به «زنده» یا «مرده» بودن یک موجود زنده نگاه کنید که سرنوشتش وابسته به یک سیستم غیرخطی مانند یک خودرو در حال لغزش بر روی برف است! ما معمولاً سیستم‌هایی را در نظر می‌گیریم که حالت‌های دانه‌ریز آن‌ها مانند مکان و تکانه ذرات، ورودی معادلات دینامیکی هستند، با این وجود، آنچه که ما واقعاً به آن علاقمند هستیم، مقدار کمیت‌های فیزیکی دانه‌درشت (متاسب با ریزحال) هستند. غیرخطی بودن معادلات حرکت می‌تواند حساس بودن به شرایط اولیه و تغییرات کوچک را به دنبال داشته باشد، به این معنا که تغییری کوچک در شروع تحول سیستم، می‌تواند رفتار بزرگ مقیاس کاملاً متفاوتی از سیستم را سبب شود.

با این وجود، غیرخطی بودن دینامیک، شرط لازم پیچیدگی نیست. به عنوان مثال، آن قسمت از سیستم‌های پیچیده که به کمک شبکه‌ها توصیف می‌شوند، همگی از ماتریس‌های خطی پیروی می‌کنند. همین طور سیستم‌های پیچیده‌ای که در نظریه بازی یا مکانیک کوانتومی مطرح می‌شوند همگی توسط دینامیک خطی توصیف می‌شوند [۱۰]. به طور کلی، «بازخورد» در سیستم‌های خطی می‌تواند منجر به پیچیدگی شود. نه غیرخطی بودن و نه خطی بودن می‌توانند به عنوان شرط لازم پیچیدگی تلقی شوند، چرا که دانشمندان پیچیدگی ساختارهای ایستا را نیز بررسی می‌کنند. البته شخصی می‌تواند ادعا کند که چنین ساختار همگام‌شده‌ای فقط می‌تواند از طریق یک دینامیک غیرخطی حاصل شده باشد! باسخ به این سوال انگیزه‌ای برای بحث‌های پیش‌رو است.

غیرخطی بودن همچنین، شرط کافی برای پیچیدگی نیست. ساده‌ترین گواه بر این ادعا، یک آونگ آشوبناک است که علی‌رغم رفتار غیرخطی، یک سیستم پیچیده تلقی نمی‌شود. پیچیدگی معمولاً به آشوب مرتبط است و این ممکن است که سبب خلط مبحث شود. سیستم‌های وجود دارند که نمایش پیچیدگی در آن‌ها به خاطر آشوبناک بودن است. از طرف دیگر، یک سیستم کاملاً آشوبناک از یک سیستم کاملاً تصادفی غیرقابل تشخیص است. رابرت مک‌کی معتقد است که پیچیدگی، مطالعه سیستم‌هایی با تعداد زیادی مولفه مستقل است و سیستم‌های دینامیکی بعد پایین را خارج از این طبقه‌بندی می‌داند [۱۰]. بنابراین بسیاری از سیستم‌های آشوبناک طبق این تعریف، سیستم پیچیده تلقی نمی‌شوند. علاوه بر این، از آنجا که رفتار آشوبناک، یک ویژگی خاص برخی سیستم‌های تعیینی به حساب می‌آید، هر سیستم دینامیکی که تصادفی باشد، طبق تعریف، یک سیستم پیچیده نیست؛ با این‌که هنوز دانشمندان پیچیدگی تعداد زیادی از این گونه سیستم‌ها را بررسی می‌کنند. بنابراین، به نظر می‌رسد که **غیرخطی و آشوبناک بودن، نه شرط کافی و نه شرط لازم برای پیچیدگی** باشد.

با این وجود، در بسیاری از موارد فرضمان این است که غیرخطی بودن در لباسی دیگر، معمولاً در دینامیک، دست‌کم یک قسمت لازم از مجموعه‌ای باشد که همه آن‌ها با هم، شرط کافی برای پیچیدگی هستند. (البته ممکن است که تعداد این دسته از مجموعه‌ها بیشتر از یک باشد!)

بازخورد

یک دسته پرنده را در نظر بگیرید. هر عضو این دسته، مسیری که برای پرواز انتخاب می‌کند وابسته به جهت و فاصله‌اش با سایر اعضا گروه است. اما پس از آن که مسیرش را تنظیم کرد، سایر پرنده‌گان مجاور برنامه پروازشان را به طور جزئی در پاسخ به مسیر حرکت آن عضو تغییر می‌دهند؛ بهمین خاطر زمانی که نوبت به قدم بعدی برای آن پرنده می‌شود، وضعیت همسایگان آن پرنده به طور جزئی منعکس کننده رفتار آن پرنده در زمان قبل‌تر است.

زمانی بخشی از سیستم بازخورد دریافت می‌کند که همسایگانش با آن در زمان بعدی به نحوی برهمکنش کنند که آن عضو با آن‌ها قبل برهمکنش داشته. **بازخورد**، یک شرط لازم مهم برای سیستم‌های دینامیکی پیچیده است. وجود بازخورد، شرط کافی برای پیچیدگی نیست به این خاطر که نخست افراد باید عضو یک گروه به اندازه کافی بزرگ باشند که بتوانند پیچیدگی را بروز دهد و دوم اینکه بازخورد چگونه می‌خواهد منجر به نوعی نظم مرتبه بالاتر در سیستم شود؟! برای واضح شدن، مورچه‌هایی را در نظر بگیرید که می‌توانند ظایف پیچیده‌ای چون ساخت یک پل یا خانه را انجام دهند در صورتی که هر فرد این جامعه هیچ ایده‌ای در مورد آن‌چه در حال وقوع است ندارد! هر مورچه فقط مشغول رفتاری بسیار ساده است که تمام آن در برهمکنش با سایر اعضا آن جامعه وجود دارد و نه چیز بیشتری.

یکی از راههایی که به کمک آن می‌توانیم شیوه بازخورد در یک سیستم پیچیده را نشان دهیم استفاده از گراف‌های علی است. زنجیره‌ای از پیکان‌های علی نمایان‌گر عدم وجود بازخورد وجود حلقه در گراف، نمایان‌گر وجود بازخورد در سیستم است. در زمینه‌های بسیاری، بازخورد توسط سیستم کنترل استفاده می‌شود؛ به عنوان مثال، ماشین بخار وات این‌گونه کار می‌کند که سرعت چرخش دستگاه توسط یک حلقه بازخورد با موتور دستگاه برهمکنش می‌کند و درنهایت سرعت موتور تنظیم می‌شود. با این وجود، ماشین بخار وات، یک سیستم پیچیده نیست چرا که این ماشین دارای یک هسته کنترل کننده مرکزی (رگلاتور) است. نظریه کنترل به شدت به سیستم‌های پیچیده مرتبط است، به این دلیل که یکی دیگر از ایده‌های اصلی وابسته به سیستم‌های پیچیده توزیع و تولید (موقعی) نظم، سازماندهی و کنترل بین همه اعضا آن سیستم است. مجدداً به مثال مورچه‌ها نگاه کنید؛ در جمعیت مورچه‌ها کنترل مرکزی وجود ندارد ولی در مجموع یک پل ساخته می‌شود، درست بر عکس ماشین بخار وات که یک کنترل کننده مرکزی (ریگلاتور) وجود دارد که سیستم را تنظیم می‌کند. بازخورد همچنین می‌تواند برای تصحیح خطای کار ببرده شود، برای نمونه، سیستم حرکتی که در مغز وجود دارد این‌گونه است.

نظم خودبه‌خودی

تا اینجا به این شناخت رسیدیم که یکی از ایده‌های بنیادی در سیستم‌های پیچیده وجود یک نظم در رفتار سیستم است. نظمی که حاصل از تجمع برهمکنش‌های ناهمانگ زیادی در سیستم است. با این وجود، این که بگوییم نظم چیست، کار آسانی نیست! در مورد نظم می‌شود به مفاهیمی از جمله تقارن، سازماندهی، تناوب، تعیین بودن و الگو اندیشید. یکی

از مسائل سرگردان‌کننده در این قسمت، چگونگی ارتباط نظم در سیستم‌های پیچیده به اطلاعات موجود در حالت‌ها و دینامیک است که تفسیر آن پردازش اطلاعات شود! در این مقطع باید خاطرنشان کنیم که نظم می‌تواند مفاهیم زیادی را در بر بگیرد که البته باید دقیقاً مشخص کنیم هنگامی که می‌گوییم نظم، منظورمان چیست. با این وجود، نظم یکی از ایده‌های بنیادی در سیستم‌های پیچیده است، چرا که کاملاً تصادفی بودن (بی‌نظمی) شرط کافی برای عدم وجود پیچیدگی است. از سوی دیگر هم، نظم مطلق هم با مفهوم پیچیدگی سازگار نیست. ایده اصلی این است که سیستم‌های پیچیده چیزی بین بی‌نظمی کامل و نظم مطلق هستند. با این حال باید اشاره کنیم که بروای یک سیستم پیچیده بروز نوعی نظم خودبه‌خودی شرط لازم است.

مقاومت و نبود کنترل مرکزی

نظم در سیستم‌های پیچیده، تنومند است، به این خاطر که بین عناصر توزیع شده، از یک مرکز تولید نشده و تحت اختلال‌های کوچک پایدار است. به عنوان نمونه، نظمی که در یک دسته پرنده که با هم در حال پرواز هستند مقاوم است چرا که با وجود عوامل مختلف کننده‌ای چون باد یا تغییرات ناگهانی یکی از پرندگان ضربه‌ای به سیستم وارد نمی‌شود و دسته پرندگان از بین نمی‌رود. در صورتی که برای سیستم‌هایی که دارای کنترل مرکزی هستند، آسیب‌پذیری به مراتب بیشتر است. کافیست مولفه کلیدی دچار آسیب شود، آن‌گاه کل سیستم نابود می‌شود. واضح است که نبود کنترل مرکزی از ویژگی‌های سیستم‌های پیچیده است، با این وجود شرط کافی برای پیچیدگی نیست، چرا که سیستم‌های غیرپیچیده می‌توانند هیچ کنترل و یا نظمی نداشته باشند. یک سیستم با به کارگیری سازوکار تصحیح خطای می‌تواند نظم خود را برقرار نگه دارد. به نظر می‌رسد، مقاومت شرط لازم و نه کافی برای پیچیدگی باشد چرا که یک سیستم تصادفی نیز می‌تواند مقاوم باشد به این معنا که اختلال‌های وارد شده بر آن تاثیری بر آن ندارد، به خاطر این که اصلاً نظمی ندارد که بهم ریخته باشد! آب و هوای زمین مثال خوبی برای تغییرات شدید ولی به نسبت پایدار قواعد و تناوب‌های پدیده‌های بنیادی مانند سرعت باد، دما، فشار و رطوبت به سبب وجود یک دینامیک غیرخطی است. یادآوری می‌شود که این ویژگی‌ها نسبت به فضای حالت زیر کار، دانه‌درشت هستند، به طوری که وجود این گونه ویژگی‌ها به ما کمک می‌کند تا در بررسی سیستم، درجه‌های آزادی آن را به طور چشمگیری کاهش دهیم.

به زبان محاسباتی، مقاومت به معنی توانایی یک سیستم در تصحیح خطاهای موجود در ساختمان خود است. در نظریه ارتباطات تصحیح خطای معرفی نوعی افزونگی به دست می‌آید. نیازی نیست که این گونه افزونگی‌ها صریحاً کپی از همان رشته یا بخشی از آن باشد، بلکه می‌تواند چیز دیگری چون بهره‌برداری از چک‌کردن پریتی (توازن) باشد [۱۱]. چارلز بنت می‌گوید:

به نظر می‌رسد، بازگشت ناپذیری از طریق دادن توانایی کلی تصحیح خطای می‌تواند رفتار پیچیده را تسهیل می‌کند!

یک سلول زنده را به عنوان یک سیستم پیچیده در نظر بگیرید که دارای توانایی تعمیر (تصحیح خطا) خود است. یک سلول، خطاها را درون خود را خارج می‌کند و از ورود خطاها بیرون به داخل جلوگیری می‌نماید و با این کار از پراکنده شدن خطا در خود جلوگیری می‌کند. از سوی دیگر، گاز درون طرفی را به عنوان یک سیستم غیرپیچیده در نظر بگیرید که کوچک‌ترین اختلالی در آن به سرعت تا درجه‌های آزادی زیادی، بدون هیچ محدودیتی، در تمام گاز پراکنده می‌شود!

برآمدگی یا ظهوریافتگی

برآمدگی، ایده به شدت بدنام با تاریخچه‌ای طولانی در فلسفه علم است. مردم معمولاً هنگامی که در مورد برآمدگی صحبت می‌کنند، آن را به تقلیل‌گرایی یا فروکاست‌گرایی مرتبط می‌دانند. شاید قوی‌ترین ایده در مورد برآمدگی، ظهور اشیا، ویژگی‌ها و یا فرایندهایی است که چیزی به اسم علیت رویه‌پایین (نزولی) را بروز می‌دهند. علیت رویه‌بالا مورد بحث نیست، به این معنا که یک واپاشی زیراتمی ممکن است منجر به تابش شود که نتیجه آن القای جهش در یک سلول و در نهایت مرگ آن باشد. سیستم‌های زیستی، شیمیایی، اقتصادی و اجتماعی در قیاس با فیزیک بسته نیستند؛ اثرات اقتصادی می‌توانند علل فیزیکی داشته باشند. از طرف دیگر، بسیاری از مردم این‌گونه برداشت می‌کنند که جهان فیزیکی به طور علی بسته است به این شکل که تمام اثرات فیزیکی، علل فیزیکی دارند.

تعییری در مورد برآمدگی وجود دارد به این شکل که مدارهای بیضوی در منظمه‌شمسی یک برآمدگی هستند که به خاطر برهم‌کنش گرانشی سیارات و خورشید طی زمان به وجود آمده‌اند. منظور ما از برآمدگی یا ظهوریافتگی این نیست! بلکه منظور ما آن نوع از برآمدگی است که در تشکیل بلورها یا ساختمان کلونی مورچه‌ها و به طور کلی شیوه‌ای که سطح‌های سازماندهی در طبیعت از فیزیک بنیادی و قسمت‌های فیزیکی سیستم‌های پیچیده بیشتر بروز می‌کنند، می‌باشد. مشاجره زیادی بر سر این وجود دارد که این اتفاق چگونه رخ می‌دهد و عوارض آن چیست! مجدها تاکید می‌کنم که ایده برآمدگی باید به وضوح مشخص شود تا از پیش‌آمدن سردرگمی در تعریف پیچیدگی در امان باشیم. یک ایده مورد توجه، تعریف کردن برآمدگی به وسیله افزایش پیچیدگی است. برای همین ترجیح بر آن است که این مفهوم را در تعریف پیچیدگی به کار نبندیم چرا که برآمدگی و پیچیدگی هر دو در یک سطح از کلیت قرار دارند!

برآمدگی یا مفهومی کاملاً معرفت‌شناسانه است، که در این صورت، بسته به این که نبود تقلیل، در اصول یا صرفاً در عمل وجود داشته باشد، می‌تواند قوی یا ضعیف باشد یا اینکه مفهومی هستی‌شناسانه است. در حالت دوم، توافقی بر سر آن که چگونه می‌توانیم آن را بفهمیم وجود ندارد! اگرچه به وضوح می‌توان گفت که مفهوم مهمی این‌گونه وجود دارد که برهمکنش فیزیکی اتم‌ها و مولکول‌ها با نور و الکتریسیته و مغناطیس و سایر موجودات فیزیکی منجر به ظهور پیچیدگی عظیم و ساختاریافته سیستم حیات روی زمین شامل ذهن انسان، فرهنگ انسانی و زندگی اجتماعی شده باشد! قاعده‌تا باید بیان کنیم که برآمدگی، به معنای معرفت‌شناسانه‌اش، شرط لازم برای سیستم‌های پیچیده است. اگر سیستمی نظم مرتبه-بالاتری از خود بروز ندهد، آن موقع پیچیده نیست! با این وجود، برآمدگی شرط کافی نیست، به این

دلیل که یک گاز کامل نظم ظهوریافته از خود نشان می‌دهد با اینکه پیچیده نیست.

ساختار سلسله‌مراتبی

در سیستم‌های پیچیده، معمولاً سطوح مختلفی از سازماندهی مشاهده می‌شود که می‌توان از منظر یک سلسله‌مراتب از سیستم و زیر-سیستم به آن نگاه کرد [۱۲]. برآمدگی به این دلیل رخ می‌دهد که نظم برخاسته از برهمکنش‌های اجزا در سطح پایین‌تری مقاوم است. باید یادآوری کنیم که البته این مقاومت در یک رژیم خاص وجود دارد. به عنوان مثال، برهمکنش بین یاخته‌های عصبی (نورون‌ها) مغز ما فقط در یک محدوده دمایی مشخص منجر به ظهور شناخت برای ما شده است، نظم ظهوریافته‌ای که حدود ۵ درجه سانتی‌گراد بالاتر یا پایین‌تر از استاندارد آن دیگر وجود نخواهد داشت! نتیجه نهایی تمام ویژگی‌های سیستم‌های پیچیده، موجودی است سازمان‌یافته در سطوح گوناگونی از ساختار و ویژگی‌ها که با سطح بالاتر و پایین‌تر از خود برهمکنش می‌کند و از خود قاعده‌هایی قانون‌وار و علی، انواع مختلفی تقارن، نظم و رفتار متناوب نمایش می‌دهد. یک مثال خوب، اکوسیستم یا به طور کلی حیات روی زمین است. سیستم‌های دیگری که چنین ساختاری از خود نشان می‌دهند شامل بافت‌های بدن، مغز و سلول‌های بافت‌های پیچیده هستند. یک مثال غیرزنده برای چنین ساختاری، خود کیهان با ساختار پیچیده‌ای اتم‌ها، مولکول‌ها، گازها، مایعات، ترکیبات شیمیایی، ساختارهای زمین‌شناسانه و در نهایت ستاره‌ها، کهکشان‌ها، خوش‌ها و ابرخوش‌ها است.

پرتعدادی

فیلیپ اندرسون در مقاله معروف «بیشتر، متفاوت است!» شدیداً علیه تقلیل‌گرایی بحث می‌کند و بر مورد توجه قرار دادن سلسله‌مراتب ساختارها و ساختمان‌ها برای شناخت سیستم‌های پیچیده تاکید می‌نماید. عنوان «بیشتر، متفاوت است» به این حقیقت اشاره دارد که برای ایجاد یک سیستم پیچیده، تعداد زیادی از اجزا نیاز است تا با هم برهمکنش کنند. این نوع از ساختار سلسله‌مراتبی که ظهور می‌یابد و به تمام ویژگی‌هایی که به آن اشاره کردیم منجر می‌شود، تنها در صورتی به وجود می‌آید که سیستم از تعداد زیادی از عناصر یا اجزا تشکیل شده باشد و معمولاً درگیر برهمکنش‌های زیادی باشد. به این ویژگی پرتعدادی می‌گوییم. (گاهی یک سیستم ۴-ذره‌ای پر تعادد حساب می‌شود!)

۳۰۱۰۱ دیگر ملاحظات

بحث بالا به خوبی نشان می‌دهد که تعریف پیچیدگی و سیستم‌های پیچیده، تعریف سر راستی نیست و از نقطه نظر فلسفی هم موضوعی جالب برای بررسی است. مفاهیم نظم و سازمان‌دهی که معرفی شدند، همین‌طور ایده‌ی بازخورد، رهیافتی از سوی نظریه اطلاعات به پیچیدگی را پیشنهاد می‌کند چرا که سیستم‌های پیچده خوشبختانه می‌توانند این گونه تفسیر شوند که نظم و ساختار سلسله‌مراتبی خود را به کمک تبادل اطلاعات بین اجزای خود برقرار می‌سازند. افراد زیادی معتقدند،

ثمر بخش است که فکر کنیم سیستم‌های پیچیده توسط شیوه‌ای که اطلاعات را پردازش می‌کنند، درست مانند ویژگی‌های اطلاعاتی داده‌ایی که ما به دست می‌آوریم و نمونه برداری می‌کنیم، مشخص می‌شوند. البته مفهوم «اطلاعات» نیز به اندازه کافی از نقطه نظر فلسفی چالش برانگیز است.

۲۰۱ شبکه‌های پیچیده

۱۰۲۰۱ شبکه چیست؟

شبکه، مدلی ریاضی برای یک مجموعه گستره است که اعضای آن به طریقی به هم مرتبط هستند. اعضای این مجموعه می‌توانند انسان باشند و ارتباط آن‌ها با هم دست دادن باشد. اعضا می‌توانند اتم‌ها در یک مولکول باشند و ارتباط آن‌ها پیوندهای شیمیایی باشد یا اعضا می‌توانند شهرهای مختلف و ارتباط بین آن‌ها جاده‌هایی باشد که آن‌ها را به هم مرتبط می‌کند. منظور از یک شبکه پیچیده، گرافی با یک توپولوژی یا الگوی اتصالات غیربدیهی است که توصیف کننده سیستمی بسیارهای و برهم‌کنش بین عناصر آن است. در قرن بیستم، شبکه‌هایی با توپولوژی تصادفی، اولین بار در حوزه ریاضیات توسط افرادی چون اردوش و رینی معرفی شدند [۱۳]، [۱۴]. از طرف دیگر، فیزیکدانان، با شبکه‌های منظم که توصیف کننده فضای آرایش اتم‌ها و مولکول در بلورها بودند (شبکه براوه) آشنا بودند. با این وجود توپولوژی شبکه‌های پیچیده چیزی بین منظم و تصادفی بودن هستند. شبکه‌های پیچیده در حقیقت نمایش دهنده شبکه‌های مختلفی در زندگی روزمره می‌باشند. شبکه‌های اجتماعی مانند فیسبوک، اینستاگرام و توییتر، شبکه‌های حمل و نقل جاده‌ای، ریلی و هوایی، شبکه اتصالات برق، شبکه‌های رایانه‌ای، شبکه‌های زیستی، شبکه‌های معنایی و شناختی همگی به کمک شبکه‌هایی با توپولوژی غیربدیهی قابل توصیف هستند.

تعريف ۱۰۱. یک شبکه از مجموعه‌ای غیر تهی از اشیاء به نام رأس تشکیل شده، که آن را با V نشان می‌دهیم، و مجموعه‌ای شامل یال‌ها، که رأس‌ها را به هم وصل می‌کنند و با E نمایش می‌دهیم. چنین شبکه‌ای را با $G = (V, E)$ نشان می‌دهیم. اگر یال yz دو رأس y و z را به هم وصل کند می‌نویسیم $\{y, z\} = y$.

تعريف ۲۰۱. درجه یک راس به تعداد یال‌های متصل به آن راس گفته می‌شود. به عبارت دیگر، درجه یک راس تعداد همسایگی‌های مستقیم یک راس را بیان می‌کند. از آنجا که هر یال در شبکه دو راس را به هم وصل می‌کند، مجموع درجه رأس‌های یک گراف با دو برابر تعداد یال‌های آن گراف (L) برابر است. معمولاً درجه هر راس v را با k_v نمایش می‌دهند.

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \quad (1.1)$$

پس مقدار متوسط درجهٔ یک شبکه برابر است با:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \quad (2.1)$$

تعريف ۳.۰۱. توزيع درجهٔ p_k احتمال آن که اگر راسی را به تصادف انتخاب کنیم و درجهٔ آن k باشد را معرفی می‌کند. از آنجا که p_k احتمال است، باید بهنجار باشد:

$$\sum_{k=0}^N p_k = 1 \quad (3.1)$$

برای شبکه‌ای که N راس دارد p_k برابر است با:

$$p_k = \frac{N_k}{N} \quad (4.1)$$

که N_k تعداد رئوی است که درجهٔ آن‌ها k است. بنابراین اگر توزيع درجات یک شبکه را بدانیم، گستاورهای متناظر با آن توزيع را می‌توانیم به دست آوریم، به عنوان مثال مقدار متوسط درجهٔ برابر است با:

$$\langle k \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} kp_k \quad (5.1)$$

تعريف ۴.۰۱. به هر راس یا هر یال در شبکه می‌توان کمیتی را نسبت داد. شبکه وزن‌دار شبکه‌ای است که به یال متصل کننده راس i به راس j کمیتی به نام وزن w_{ij} که عددی حقیقی است، نسبت داده می‌شود. به عنوان مثال، در یک بلور، وزن هر یال نمایش‌دهنده قدرت پیوند شیمیایی بین دو اتم یا مولکول است و در یک شبکه اجتماعی، وزن یال متصل کننده دو نفر می‌تواند مقدار دوستی یا دشمنی آن دو نفر با یکدیگر را نمایش دهد.

تعريف ۵.۰۱. ماتریس همسایگی یک شبکه بی‌وزن، ماتریسی است که هر درایه w_{ij} آن نشان‌دهنده متصل بودن یا نبودن راس i و j است. اگر ماتریس همسایگی یک شبکه را با A نشان دهیم، آن‌گاه A_{ij} برابر با ۱ است اگر دو راس i و j

به هم متصل باشند. اگر $A_{ij} = 0$ باشد، آنگاه راس i و j بهم متصل نمی‌باشند. درجه راس مانند i را می‌توان از روی ماتریس همسایگی به دست آورد:

$$k_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} = \sum_{j=1}^N A_{ji} \quad (6.1)$$

برای شبکه‌های وزن‌دار، A_{ij} برابر است با وزن لینک $i-j$.

$$A_{ij} = w_{ij} \quad (7.1)$$

تعريف ۶.۱. اگر به هر یال از شبکه، جهتی نسبت داده شود آنگاه به آن شبکه، شبکه جهت‌دار گفته می‌شود. ماتریس همسایگی شبکه‌های جهت‌دار متقارن نیست و A_{ij} به معنای وجود یالی جهت‌دار از راس i به راس j است. شبکه‌ای جهت‌دار مانند خیابان یک‌طرفه است. مثلاً شبکه خرید و فروش را در نظر بگیرید. ممکن که شما همیشه از شرکتی خرید کنید ولی هیچ‌گاه آن شرکت از شما خریدی نکند. در شبکه‌های جهت‌دار، برای هر راس، یک درجه ورودی k_{in} و یک درجه خروجی k_{out} تعریف می‌شود. به این شیوه که درجه ورودی تعداد یال‌های وارد شده به آن راس و درجه خروجی تعداد یال‌های خارج شده از آن راس را نمایش می‌دهد.

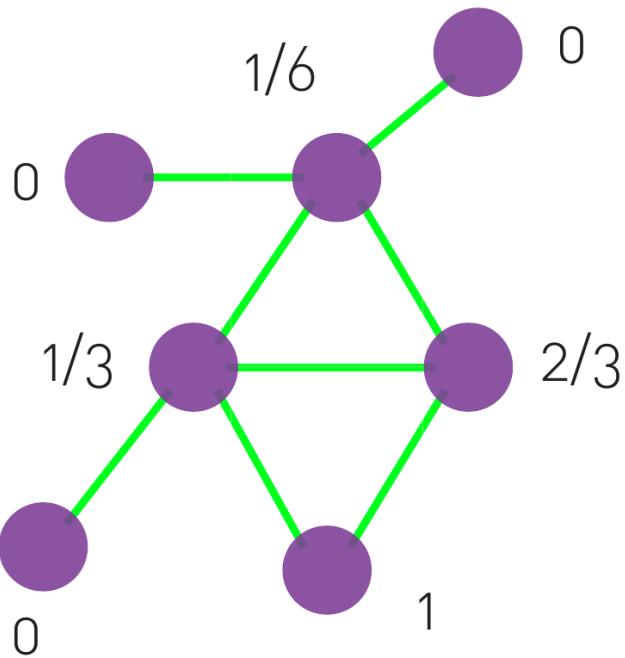
تعريف ۷.۱. هر مسیر از راس i به راس j دنباله‌ای از یال‌های متصل کننده رئوس بین این دو راس است. به تعداد یال‌های هر مسیر، طول آن مسیر گفته می‌شود. کوتاه‌ترین مسیر بین دو راس، مسیری است که شامل کمترین یال باشد.

تعريف ۸.۱. ضریب خوشگی معیاری است از تمايل رئوس در شبکه به ایجاد یک خوش. به عبارت دیگر برای به دست آوردن ضریب خوشگی یک راس، کافی است تعداد یال‌هایی که آن راس را به همسایگانش متصل می‌کنند را بشماریم و به تعداد کل یال‌هایی که می‌توانند بین همسایگان برقرار باشند تقسیم کنیم. بنابراین ضریب خوشگی راس i که با C_i نشانش می‌دهیم برابر است با:

$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i-1)} \quad (8.1)$$

که در آن L_i برابر است با تعداد یال‌های بین k_i همسایگی راس i است. برای شبکه‌ی شکل ۱.۱، ضریب خوشگی

هر راس محاسبه شده است.



شکل ۱.۱: ضریب خوشگی هر راس در این شبکه مشخص شده است. [۱۵]

شواهد حاکی از آن است که در اکثر شبکه‌های دنیای واقعی، به خصوص در شبکه‌های اجتماعی، رئوس تمايل به ایجاد گروه‌هایی با ارتباط نسبتاً متراکم هستند. یعنی متوسط ضریب خوشگی در شبکه‌های واقعی بالاست.

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad (9.1)$$

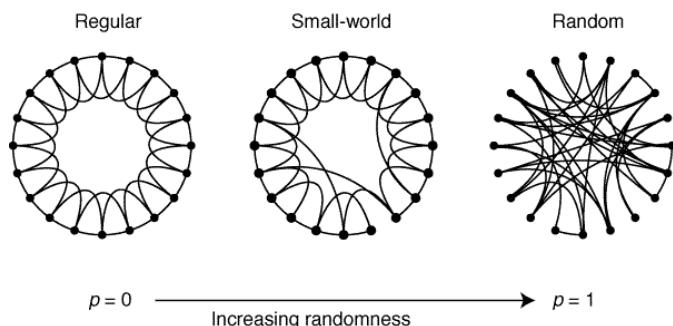
تعريف ۹.۰۱. شبکه‌ای تنک است که متوسط درجه‌های آن از تعداد رئوس آن بسیار کمتر باشد ($N \ll \langle k \rangle$). برای شبکه‌های تصادفی تنک توزیع درجات یک توزیع پواسونی است [۱۵]:

$$p_k = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!} \quad (10.1)$$

۲۰۲۰۱ شبکه‌های جهان‌کوچک

در شبکه‌های تصادفی، متوسط کوتاهترین مسیر بین هر دو راس متناسب با لگاریتم تعداد رئوس است. بنابراین هنگامی که شبکه بزرگ می‌شود، متوسط کوتاهترین مسیر بین هر دو راس با سرعت کمتری رشد می‌کند و این به معنای دسترسی رئوس به هم‌دیگر توسط مسیرهای کوتاه است. مشکلی که شبکه‌های تصادفی برای مدل‌سازی شبکه‌های واقعی دارد، پایین بودن خوشگی در آن‌هاست. چرا که شبکه‌های دنیای واقعی علاوه بر نزدیک بودن رئوس به یکدیگر، دارای خوشگی بالاتری نسبت به مدل‌های تصادفی هستند. نخستین گام در مدل‌سازی شبکه‌های پیچیده توسط واتس و استروگتز با معرفی مدل جهان‌کوچک در اوخر بهار سال ۱۹۹۸ انجام شد. شبکه‌های منظم، دارای خوشگی بالایی هستند ولی دسترسی رئوس، تنها به همسایگی‌های اول و دومشان راحت است. واتس و استروگتز مدلی را پیشنهاد دادند که یک شبکه منظم با ضریب خوشگی بالا را در نظر می‌گیرد و سپس با احتمال p یالی را انتخاب می‌کند و سر و ته آن را به رئوس دیگری از شبکه متصل می‌کند. به عبارت دیگر، با سیم‌بندی مجدد یال‌های آن، شبکه منظم را به سمت بی‌نظمی پیش‌می‌برد. منظور از سیم‌بندی بُرزنده یال‌های شبکه است با این شرط که متوسط درجه‌ها ثابت بماند. آن‌گاه با شبکه‌ای رو به رو می‌شویم که ضریب خوشگی بالایی دارد و متوسط کوتاهترین مسیر بین هر دو راس متناسب با لگاریتم تعداد رئوس آن شبکه است.

شکل ۲.۱ را ببینید.

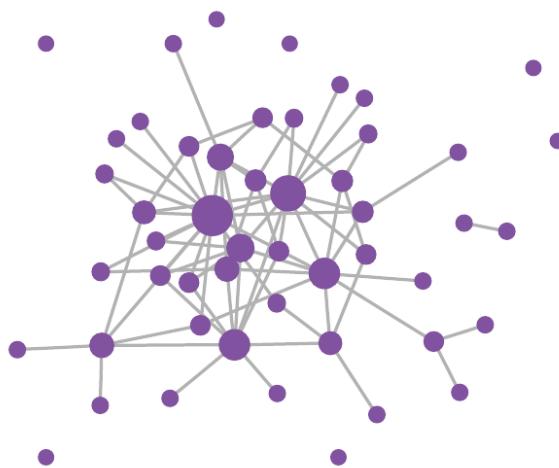


شکل ۲.۱: سازوکار ایجاد یک شبکه جهان‌کوچک در مدل واتس-استروگتز با اضافه کردن بی‌نظمی به یک شبکه منظم. نگاره برگرفته از مقاله اصلی ۱۹۹۸.

۳۰۲۰۱ شبکه‌های بی‌مقیاس

مدل واتس و استروگتز ویژگی جهان‌کوچک بودن شبکه‌های واقعی را دارا بود. جهان‌کوچک بودن در فرهنگ فارسی با ضربالمثل «کوه به کوه نمی‌رسد ولی آدم به آدم می‌رسد» مطرح می‌شود. به این معنا که شبکه‌ی کوه‌ها به خاطر قیود زئوفیزیکی، خاصیت جهان‌کوچک بودن را ندارد در حالی که شبکه انسان‌ها به دلیل قرارگیری در شبکه‌های اجتماعی مختلف، این خاصیت را دارا می‌باشد. با این وجود، هنگامی که از داده‌های تجربی، توزیع درجات شبکه‌های اجتماعی را

نگاه می‌کنیم، بر خلاف مدل‌های تصادفی، با یک توزیع پواسونی یا توزیع‌های مشابهی که انتهای آنان به صورت نمایی افت می‌کنند مواجه نمی‌شویم. به عبارت دیگر، بسیاری از شبکه‌هایی که در طبیعت مشاهده می‌شوند، از شبکه اینترنت گرفته تا خطوط هوایی تا شبکه برهمکنشی پروتئین‌ها با هم، توزیعی دمکلفت دارند. معنی دمکلفت بودن این است که انتهای این توزیع‌ها با آهنگی کوچک‌تر از توزیع‌هایی با انتهایی نمایی افت می‌کنند. این توزیع‌ها معمولاً با رابطه‌ای توانی و نه نمایی توصیف می‌شوند. اتفاقاتی که به انتهای این توزیع‌ها مرتبط می‌شوند، قابل توجه هستند. به عنوان مثال، [جدول ۱.۱](#) لیستی از ۱۱ حساب کاربری با بیشترین تعداد دنبال کننده در شبکه اجتماعی اشتراک عکس اینستاگرام است [۱۶]. از بین یک میلیارد کاربر اینستاگرام [۱۷]، فقط تعداد بسیار کمی هستند که بالای ۱۰۰ میلیون دنبال‌کننده دارند. این افراد با این‌که در شماره، کم هستند ولی در مناسبت‌های اجتماعی بسیار تاثیرگذار می‌باشند! کافی است خبری یا جهت‌گیری سیاسی خاصی از طرف یکی از این افراد منتشر شود، در مدت زمان بسیار کمی کل دنیا از آن دیدگاه مطلع می‌شوند. به عنوان مثال اگر شایعه‌ای توسط یکی از این افراد روی صفحه‌شان منتشر شود، با سرعت بسیار زیادی این شایعه بین مردم پخش می‌شود.



شکل ۱.۳.۱: تصویری از یک شبکه بی‌مقیاس. در شبکه‌ی بی‌مقیاس رئوسی وجود دارند که درجه‌شان بسیار زیادی است. [۱۵]

به زبان شبکه، این افراد درجه بسیار زیادی هستند. توزیع درجات این‌گونه شبکه‌ها توسط یک قانون توانی به

نام کاربری	صاحب حساب	دنبال‌کننده (میلیون)
@instagram	Instagram	۲۴۵
@selenagomez	Selena Gomez	۱۴۱
@cristiano	Cristiano Ronaldo	۱۳۹
@arianagrande	Ariana Grande	۱۲۵
@beyonce	Beyoncé	۱۱۷
@kimkardashian	Kim Kardashian	۱۱۵
@kyliejenner	Kylie Jenner	۱۱۳
@taylor swift	Taylor Swift	۱۱۲
@therock	Dwayne Johnson	۱۱۱
@justinbieber	Justine Bieber	۱۰۲
@neymarjr	Neimar Jr.	۱۰۱

جدول ۱.۱: ۱۱ حساب کاربری با بیشترین تعداد دنبال‌کننده در شبکه اجتماعی اشتراک عکس اینستاگرام.

شکل زیر توصیف می‌شود:

$$p_k \sim k^{-\gamma} \quad (11.1)$$

که معمولاً گاما عدد ثابتی بین دو و سه است.

از آنجا که شکل کلی این توزیع‌ها تحت تبدیل مقیاس، ناوردا می‌ماند به این توزیع‌ها، توزیع مستقل از مقیاس یا بی‌مقیاس می‌گویند و به شبکه‌هایی که توزیع درجه در آن‌ها از یک قانون توانی تبعیت کند شبکه بی‌مقیاس گفته می‌شود.
تبدیل مقیاس برای توزیع $p(k)$ به این صورت است:

$$p(k) = ak^{-\gamma}, p(ck) = a(ck)^{-\gamma} = c^{-\gamma}p(k) \propto p(k) \quad (12.1)$$

نکته مهم در توزیع‌های بی‌مقیاس در این است که بسته به مقدار نمای توزیع (گاما)، گشتاورهای این توزیع‌ها می‌توانند واگرا شود! برای توزیع p_k ، گشتاور n آن طبق تعریف برابر است با:

$$\langle k^n \rangle = \sum_{k_{min}}^{\infty} k^n p_k \approx \int_{k_{min}}^{\infty} k^n p(k) dk \quad (13.1)$$

که در آن k_{min} کمترین درجهٔ موجود در شبکه است.

گشتاور اول، همان مقدار متوسط است و گشتاور دوم برای محاسبه انحراف معیار به عنوان وسیله‌ای برای اندازه‌گیری پراکندگی از مقدار متوسط به کار می‌آید. برای شبکه‌های بی‌مقیاس که توزیع درجه آنان به صورت زیر تعریف شده باشد، گشتاور مرتبه n ام برابر است با:

$$p_k \sim k^{-\gamma}, \langle k^n \rangle = \int_{k_{min}}^{k_{max}} k^n p(k) dk = C \frac{k_{max}^{n-\gamma+1} - k_{min}^{n-\gamma+1}}{n-\gamma+1} \quad (14.1)$$

که کران‌های انتگرال‌گیری از کمترین تا بیشترین درجهٔ موجود در شبکه و C ثابت انتگرال‌گیری است. بنابراین اگر مخرج کسر مثبت باشد، آن‌گاه هرچه k_{max} بزرگ‌تر شود، گشتاورهای بزرگ‌تر از مرتبه $1 - \gamma$ واگرا می‌شوند. اگر مخرج کسر منفی یا صفر شود، تمام گشتاورها با مرتبه کوچک‌تر یا برابر با $1 - \gamma$ مقداری متناهی دارند. برای بسیاری از شبکه‌های بی‌مقیاس مشاهده شده که γ بین ۲ و ۳ است. بنابراین برای شبکه‌هایی که این ویژگی را دارند، متوسط درجه‌ها مقداری محدود دارد ولی انحراف معیار درجه‌ها واگرا می‌شود. به همین خاطر است که در شبکه‌های بی‌مقیاس، به واسطه واگرا بودن پراکندگی، اثر مقیاس مشاهده نمی‌شود.

برای تولید شبکه‌های تصادفی راه‌های مختلفی وجود دارد و برای ساخت شبکه‌های جهان‌کوچک از روش واتس و استروگتز استفاده می‌کنیم. اما برای ایجاد شبکه‌های بی‌مقیاس چه باید کرد؟ این پرسش را از سوی دیگر نیز مطرح می‌توان کرد؛ چه ساز و کاری در طبیعت منجر به ایجاد شبکه‌های متنوعی با توزیع‌های بی‌مقیاس شده است؟! یک سال پس از انتشار مقاله واتس و استروگتز، آلبرت باراباشی و رکا آلبرت مقاله‌ای با عنوان «برآمدگی اثر مقیاسی در شبکه‌های تصادفی» [۱۸] منتشر کردند که در آن شیوه‌ای بر مبنای اتصال ترجیحی رئوس برای ایجاد شبکه‌های بی‌مقیاس معرفی شد. ایده اصلی این مقاله این بود که هنگامی که راسی به شبکه اضافه می‌شود ترجیح می‌دهد به راسی از شبکه وصل شود که بیشترین درجه را دارد. بنابراین مدل باراباشی – آلبرت، ابتدا شبکه‌ای کوچک را در نظر می‌گیرد و در هر مرحله، راسی به آن شبکه اضافه می‌کند. هر راس می‌تواند به M راس از شبکه وصل شود که احتمال وصل شدن به هر راس n متناسب با درجه آن راس (k_i) است.

$$p_i = \frac{k_i}{\sum_j k_j} \quad (15.1)$$

پس از گذشت تعداد مرحله (زمان) کافی، با شبکه‌ای روبه‌رو می‌شویم که توزیع درجات آن از یک توزیع با قانون

توانی با نمای ۳ پیروی می‌کند.

$$P(k) \sim k^{-3} \quad (16.1)$$

این دو مقاله مهم‌ترین مقالاتی بودن که سبب جلب توجه دانشمندان حوزه‌های مختلف به شبکه‌ها شدند. ۲۰ سال از انتشار مقاله واتس و استروگتر می‌گذرد و بیشتر از ۱۸۰۰۰ مقاله به این مدل که یکی از نمادهای توپولوژی شبکه است ارجاع داده‌اند! طی ۲۰ سال گذشته، یک جامعه پرچوش و خروش از علم شبکه ایجاد شده که دارای مجلات معتبر، موسسات تحقیقاتی و کنفرانس‌هایی با هزاران دانشمند می‌باشد [۱۹]!