

# داستان‌های مریم

## داستان ششم: تردستی با کارت‌ها

را در نظر گرفته‌ام و تو می‌خواهی عدد را حدس بزنی. اگر بتوانی رقم یکان و رقم دهگان عدد را مشخص کنی، آن‌گاه عدد معلوم می‌شود؛ درست است؟

گفتم: «بله، اگر بتوانم کارت‌هایی طراحی کنم که به کمک آن‌ها رقم یکان و رقم دهگان عدد مجهول معلوم شود، عدد مشخص می‌شود.» مهربانو گفت: «آیا می‌توانی با طراحی ۹ کارت، رقم یکان عددی را که در ذهن من است، مشخص کنی؟»

کمی فکر کردم و گفتم: «به نظرم شدنی باشد. روی کارت اول همهٔ عددهایی را می‌نویسیم که رقم یکان آن‌ها ۱ باشد؛ یعنی ۱، ۱۱، ۲۱، ... و ۹۱. روی کارت دوم عددهای همهٔ عددهایی را می‌نویسیم که رقم یکان آن‌ها ۲ باشد و ... و روی کارت نهم هم همهٔ عددهای با رقم یکان ۹ را می‌نویسیم. حالا با مشخص شدن پاسخ شما به هر کارت، من می‌توانم رقم یکان عدد ذهن شما را مشخص کنم.»

مهربانو پرسید: «اگر رقم یکان عدد ذهن من ۵ بود چی؟» انتظار این سؤال را داشتم. گفتم: «قطعاً اگر این‌طور باشد، پاسخ شما به همهٔ ۹ سؤال مربوط به ۹ کارت منفی خواهد بود و من از همهٔ جواب‌های منفی شما می‌فهمم که رقم یکان صفر است.» مهربانو لبخندی زد و گفت: «حالا بگو با طراحی چند کارت می‌توانی عدد ذهن مرا پیدا کنی.»

پاسخ سؤال معلوم بود. ۹ کارت برای تعیین رقم یکان و ۹ کارت برای تعیین رقم دهگان. گفتم: «۱۸ کارت.» مهربانو تأیید کرد و گفت: «درست است، اما آیا فکر می‌کنی با کمتر از ۱۸ کارت هم بشود عدد را پیدا کرد؟»

گفتم: «احتمالاً با تعداد کمتر هم بتوان عدد را پیدا کرد.» مهربانو گفت: «درست است. در واقع با هفت کارت هم می‌توان عدد ذهنی از میان عددهای ۰ تا ۹۹ را مشخص کرد. اما به این نیاز داریم که عددها را به جای مبنای ۱۰ در مبنای ۲ بنویسیم.» سپس مهربانو از من خواست که در اینترنت جست‌وجو و نمایش عددها در مبنای ۲ را مطالعه کنم. به این نمایش عددها، نمایش «دودویی» هم می‌گویند. با جست‌وجو در اینترنت فهمیدم که هر عدد را به جای اینکه برحسب توان‌های ۱۰ بنویسیم، می‌توانیم برحسب توان‌های ۲ بنویسیم. برای مثال، عدد ۴۳ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$43 = 32 + 8 + 2 + 1 = 2^5 + 2^3 + 2^1 + 2^0$$

در نمایش دودویی عدد ۴۳ را به شکل  $(101011)_2$  نمایش می‌دهیم که مشخص می‌کند کدام توان‌های ۲ با هم جمع می‌شوند تا عدد ۴۳ به دست آید. مثلاً عدد ۹۹ را در مبنای ۲ به صورت  $(110011)_2$  می‌نویسیم؛ چون:

$$99 = 64 + 32 + 2 + 1 = 2^6 + 2^5 + 2^1 + 2^0$$

(سعی کنید عدد ۵۸ را در مبنای ۲ بنویسید. همچنین عدد  $(11111)_2$  را از مبنای ۲ به مبنای ۱۰ برگردانید.)

با فهمیدن نمایش عددها در مبنای ۲، فهمیدم که برای نمایش عددهای ۱ تا ۳۰ حداکثر به ۵ رقم (۵ یا ۱) احتیاج داریم:

زنگ چهارم کارگاه خلاقیت داشتیم. این کلاس برای بچه‌ها خیلی جذاب بود. هر کدام از بچه‌ها روی ایده‌های خودش برای طراحی یک وسیله یا نرم‌افزار مطالعه می‌کند.

ایده‌های من بیشتر شکل معمایی دارند و با ابزارهای ساده ساخته می‌شوند. کارگاه خلاقیت در پایگاه (سایت) رایانهٔ مدرسه تشکیل می‌شود. حتماً می‌پرسید چرا. دو دلیل دارد: اول اینکه بچه‌ها بتوانند از اینترنت استفاده کنند و با تحقیق و جست‌وجو در پایگاه‌های داده، ایده‌های جدید بیابند و علاوه بر آن، به کمک نرم‌افزارها، ایده و محصول خود را شبیه‌سازی کنند. دلیل دوم که شاید جالب‌تر باشد این است که معلم کارگاه خلاقیت ما یک معلم مجازی هوشمند است به نام **مهربانو**. مهربانو، ما را در طول کلاس همراهی می‌کند و چون به تمام داده‌های اینترنتی دسترسی دارد، همیشه پاسخ هر سؤال را می‌داند. البته، خیلی وقت‌ها ما را راهنمایی می‌کند تا بتوانیم خودمان به جواب برسیم.

کلاس که شروع شد، چهرهٔ مهربانو روی صفحهٔ نمایش رایانهٔ همهٔ بچه‌ها ظاهر شد و گفت: «سلام بچه‌ها. به کلاس امروز خوش آمدید. لطفاً دوگوشی‌های (هدفون‌های) خود را بزنید تا کار را شروع کنیم.»

خانم مهربانو این قابلیت را دارد که هم‌زمان با ۱۰۰۰ نفر به‌طور مستقل صحبت کند. دوگوشی را که روی گوشم گذاشتم، پرسید: «خب مریم جان، توانستی ایدهٔ جدیدی برای ساخت معما پیدا کنی؟»

گفتم: «بله خانم. چند تا ایدهٔ مبهم دارم که می‌خواهم آن‌ها را به معما و تردستی ریاضی تبدیل کنم.» مهربانو پرسید: «خب. ایدهٔ اول را بگو شاید بتوانم کمکت کنم.» گفتم: «یک بار معلم ریاضی‌مان، یک تردستی سر کلاس انجام داد که برای بچه‌ها جالب بود. من متوجه نشدم که شگرد معلم چه بود.»

مهربانو پرسید تردستی چه بود. پاسخ دادم: «معلم از یکی از بچه‌ها خواست که از فهرست ۳۰ نفرهٔ کلاس، اسم یکی از دانش‌آموزان را انتخاب کند و در ذهن خود نگه دارد. سپس معلم پنج کارت که هر کدام شامل چند عدد از میان عددهای ۱ تا ۳۰ بود، به دانش‌آموز نشان داد و پرسید که آیا شمارهٔ دانش‌آموز (در فهرست کلاس) در آن کارت وجود دارد یا نه. پس از اینکه دانش‌آموز پاسخ مربوط به کارت پنجم را داد، معلم بلافاصله اسم دانش‌آموز را بیان کرد!»

مهربانو لبخندی زد و گفت: «چه تردستی جالبی!» بعد ادامه داد: «البته شگرد معلمتان برای پیدا کردن نام دانش‌آموز خیلی پیچیده نیست و من با یک مثال سعی می‌کنم راهنمایی‌ات کنم.»

خوشحال شدم و گفتم که سراپا گوش هستم. مهربانو گفت: «فرض کنید من در ذهن خودم یک عدد صحیح از صفر تا ۹۹

اول اینکه عدد نخست هر کارت را پشت کارت بنویسی. این طوری نیازی نیست که هر بار کارت‌ها را برگردانی.

دوم اینکه به ترتیب کارت‌ها در پرسیدن سؤال آیا عدد شما در این کارت هست؟، باید از کارت پنجم به کارت اول باشد. یعنی ابتدا کارت ۱۶ را نشان می‌دهی، بعد کارت ۸، بعد کارت ۴، بعد کارت ۲ و در پایان کارت ۱.

برای اینکه نشان دهم شگرد تردستی را فهمیده‌ام، گفتم: «پس کارت‌ها را با ترتیبی که گفتمی نشان می‌دهم و اگر پاسخ مثبت بود، عدد پشت کارت را جمع می‌کنم. این طوری به کارت چهارم که برسم، تقریباً عدد معلوم شده است. اگر پاسخ به کارت پنجم مثبت بود، ۱ را هم اضافه می‌کنم. اگر پاسخ منفی بود، ۱ را اضافه نمی‌کنم. با این شیوه، می‌توانم بلافاصله بعد از پاسخ به کارت پنجم، عدد را اعلام کنم.»

مهربانو گفت: «بیا امتحان کنیم. من عددی از بین عددهای ۱ تا ۳۰ را انتخاب کردم. حالا کارت‌ها را به من نشان بده و سؤال‌ها را بپرس.»

کارتی را که پشت آن  $2^4 = 16$  نوشته بودم نشان دادم و پرسیدم «آیا عددتان در این کارت هست؟»

مهربانو گفت: «خیر.» کارت ۸ را نشان دادم و سؤال را تکرار کردم. مهربانو گفت: «بله.» چون پاسخ بله بود، عدد ۸ را به ذهن سپردم. کارت ۴ را نشان دوربین رایانه دادم و سؤال را تکرار کردم. مهربانو گفت: «بله.» با این پاسخ باید ۴ را به ۸ اضافه می‌کردم و عدد ۱۲ را به ذهن می‌سپردم. کارت ۲ را نشان دادم. مهربانو گفت: «خیر.» با توجه به جواب نیازی به اضافه کردن ۲ به ۱۲ نبود. تنها کارت اول مانده بود که پشت آن عدد ۱ را نوشته بودم. اگر پاسخ مهربانو به سؤال این کارت خیر بود، عدد انتخابی ۱۲ و اگر پاسخ مثبت بود، عدد انتخابی  $12 + 1 = 13$  بود.

با پاسخ مثبت مهربانو به آخرین سؤال، بلافاصله اعلام کردم که عدد شما ۱۳ است. مهربانو گفت: «درست است، آفرین!» برای اینکه اطمینان پیدا کنم شگرد تردستی را یاد گرفته‌ام، از هم‌کلاسی‌ام خواستم که عددی از میان عددهای ۱ تا ۳۰ انتخاب کند و به من نگوید. سپس کارت‌های ۱۶، ۸، ۴، ۲، ۱ را به ترتیب به او نشان دادم و پاسخ هم‌کلاسی‌ام به چهار سؤال اول به ترتیب بله، بله، بله و خیر بود. قبل از سؤال کارت آخر، عدد  $28 = 4 + 8 + 16$  را به خاطر سپردم. پاسخ هم‌کلاسی‌ام به سؤال آخر مثبت بود و من بلافاصله اعلام کردم که عدد انتخابی ۲۹ است. هم‌کلاسی‌ام تعجب کرده بود که چگونه توانسته‌ام این قدر سریع پاسخ را مشخص کنم. اما من می‌دانستم که مبنای کار چیست. کارت‌ها را جمع کردم تا زنگ تفریح، دوستم رویا را هم غافلگیر کنم.

(سعی کنید این پنج کارت را طراحی کنید و این بازی جالب را با دوستانتان در مدرسه و خانه انجام دهید.)

در دقایق پایانی کلاس مهربانو گفت: «یک سؤال دارم که می‌توانی به آن فکر کنی. مطمئن هستم که پاسخ آن را خواهی یافت.» گفتم: «بپرسید.»

مهربانو گفت: «اگر کلاستان به جای ۳۰ نفر، ۳۲ نفر بود، آیا با همان پنج کارت امکان داشت عدد را پیدا کنی؟» پاسخ سؤال مهربانو مشخص بود. شما چه نظری دارید؟

$$1 = 1_{(2)}$$

$$2 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 10_{(2)}$$

$$3 = 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 11_{(2)}$$

$$4 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 100_{(2)}$$

$$5 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 101_{(2)}$$

.

.

.

$$30 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 11110_{(2)}$$

(سعی کنید بقیه عددها، یعنی ۶ تا ۲۹ را هم در مبنای ۲ بنویسید.) مهربانو که نظاره‌گر نوشته‌هایم بود پرسید: «حالا می‌توانی شگرد معلمتان را پیدا کنی. او از پنج کارت استفاده می‌کرد و عددهای ۱ تا ۳۰ را هم که شماره دانش‌آموزان در فهرست کلاس است، در مبنای ۲، با حداکثر پنج رقم می‌توان نمایش داد.»

به یاد روشی افتادم که برای تعیین رقم یکان توسط ۹ کارت از آن استفاده کردم. گفتم: «در مبنای ۲ هر رقم یا ۱ است و یا ۰. پس برای تعیین هر رقم در مبنای ۲، یک کارت کافی است.» مهربانو گفت: «درست است. حالا می‌توانی عددهای هر کارت را مشخص کنی.»

در مثال عددهای ۰ تا ۹۹، همه عددها با رقم یکان ۱ را روی یک کارت نوشتیم. پس عددهای روی کارت اول با توجه به نمایش دودویی عبارت‌اند از: ۱, ۳, ۵, ۷, ..., ۲۹

در واقع همه عددهای فرد را روی کارت اول می‌نویسیم. روی کارت دوم همه عددهایی را می‌نویسیم که رقم دومشان در مبنای ۲ (از سمت راست) برابر ۱ است: ۲, ۳, ۶, ۷, ۱۰, ۱۱, ..., ۲۶, ۲۷, ۳۰. روی کارت سوم همه عددهایی را می‌نویسیم که رقم سومشان در مبنای دو برابر ۱ است: ۴, ۵, ۶, ۷, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ..., ۲۸, ۲۹, ۳۰. عددهای کارت‌های چهارم و پنجم را هم مشخص کردم. مهربانو گفت: «حالا همانند معلمتان پنج کارت مقوایی درست کن و عددها را روی یک طرف کارت بنویس.» کارت‌های زیر را طراحی کردم:

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| ①  | ۳  | ۵  | ۷  |
| ۹  | ۱۱ | ۱۳ | ۱۵ |
| ۱۷ | ۱۹ | ۲۱ | ۲۳ |
| ۲۵ | ۲۷ | ۲۹ |    |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| ②  | ۳  | ۶  | ۷  |
| ۱۰ | ۱۱ | ۱۴ | ۱۵ |
| ۱۸ | ۱۹ | ۲۲ | ۲۳ |
| ۲۶ | ۲۷ | ۳۰ |    |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| ④  | ۵  | ۶  | ۷  |
| ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ |
| ۲۰ | ۲۱ | ۲۲ | ۲۳ |
| ۲۸ | ۲۹ | ۳۰ |    |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| ⑧  | ۹  | ۱۰ | ۱۱ |
| ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ |
| ۲۴ | ۲۵ | ۲۶ | ۲۷ |
| ۲۸ | ۲۹ | ۳۰ |    |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| ⑬  | ۱۷ | ۱۸ | ۱۹ |
| ۲۰ | ۲۱ | ۲۲ | ۲۳ |
| ۲۴ | ۲۵ | ۲۶ | ۲۷ |
| ۲۸ | ۲۹ | ۳۰ |    |

شگرد معلمتان را فهمیده بودم، اما از مهربانو خواستم که امتحان کنیم. مهربانو گفت: «برای اینکه بتوانی همانند معلمتان بلافاصله بعد از پاسخ به سؤال پنجم جواب را مشخص کنی، دو کار باید انجام دهی: