



(۱) اگر توابع زیر پاسخ ضربه سیستم‌های LTI باشند، خواص علی بودن و پایداری هریک را مشخص کنید.

الف) $h_1[n] = 2^n u[2-n]$

ب) $h_2[n] = n \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n-1]$

پ) $h_3[n] = \sum_{k=-1}^{\infty} \delta[n-2k]$

(۲) با استفاده از جمع کانولوشن $y[n] = x[n] * h[n]$ پاسخ $y[n]$ را در هر یک از موارد زیر تعیین کنید.

الف) $\begin{cases} x[n] = (-1)^n \\ h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \end{cases}$

ب) $\begin{cases} x[n] = \left(\frac{1}{6}\right)^{n-6} u[n] \\ h[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n-3] \end{cases}$

پ) $\begin{cases} x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n} u[-n-1] \\ h[n] = u[n-1] \end{cases}$

ت) $\begin{cases} x[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{6}\right) \\ h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \end{cases}$

ث) $\begin{cases} x[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n-4] \\ h[n] = 4^n u[2-n] \end{cases}$

ج) $\begin{cases} x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n-kN] \\ h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \end{cases}$

N یک عدد صحیح دلخواه است و $y[n]$ باید در یک دوره تناوب تعیین گردد.

(۳) اگر به یک سیستم LTI زمان-گسسته با پاسخ ضربه $h[n]$ ورودی $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[-2n+1] - \left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n-3]$

اعمال شود، پاسخ این سیستم، $y[n]$ را بر حسب $h[n]$ بدست آورید.

(۴) الف) ثابت کنید اگر یک سیستم LTI معکوس پذیر باشد، سیستم معکوس آن هم حتماً LTI است. ب)

سیستم معکوس یک سیستم LTI با پاسخ ضربه $h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ که یک فیلتر IIR می باشد را به دست آورید.

(۵) رابطه $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]w[n-2k]$ بین ورودی و خروجی یک سیستم خطی وجود دارد که در آن

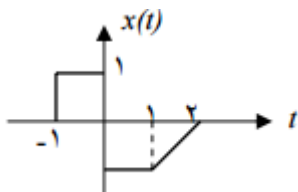
$w[n] = u[n] - u[n-4]$ می باشد. الف) آیا این سیستم TI است؟ ب) آیا این سیستم علی است؟

پ) برای $x[n] = u[n]$ $y[n]$ را تعیین کنید.

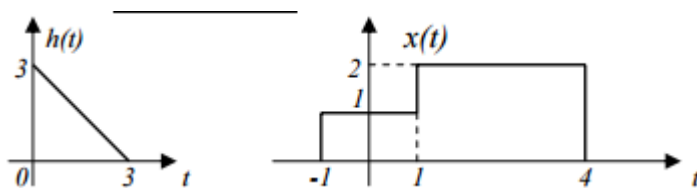


۶) یک سیستم LTI دارای پاسخ ضربه $h(t) = e^{-t}\delta(t) + u(t-1)$ می باشد. پاسخ این سیستم به ورودی

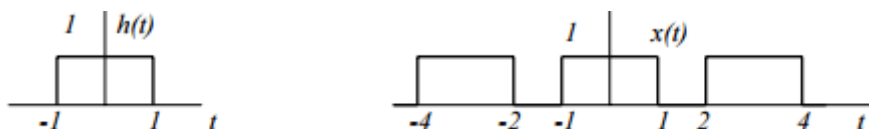
$x(t)$ ، که در شکل روبرو نشان داده شده است را در نقطه $t = \frac{3}{2}$ به دست آورید.



۷) الف) کانولوشن دو سیگنال پیوسته زیر را به روش ترسیمی بیابید.



ب) کانولوشن دو سیگنال پیوسته زیر را با استفاده از خواص کانولوشن ترسیم و رسم نمایید.



پ) برای سیگنال های $x(t) = 2t + 1$ و $h(t) = u(t) - u(t-1) - \delta(t-2)$ با استفاده از کانولوشن $y(t)$ را به دست آورید.



سه سؤال آخر امتیازی هستند.

(۸) الف) در یک سیستم LTI، به ازای ورودی $x(t) = \sin(t)u(t)$ خروجی

$y(t) = (e^{-t} - \cos t)u(t)$ حاصل شده است. پاسخ ضربه این سیستم را تعیین کنید. (بدون استفاده از

هرگونه تبدیل و فقط با استفاده از خواص کانوالوشن) (ب) یک سیستم LTI با پاسخ ضربه

$h(t) = e^{-5}u(t)$ مفروض است. یک ورودی برای این سیستم چنان تعیین کنید که پاسخ این سیستم به آن

برابر $y(t) = \sin(t) + \cos(2t)$ باشد. (بدون استفاده از هرگونه تبدیل و فقط با استفاده از خواص

کانوالوشن)

(۹) درستی رابطه زیر را به دست آورید.

$$f(t)u_1(t) = f(0)u_1(t) - f'(0)\delta(t)$$

$$\delta(t^2 - \beta^2) = \frac{1}{2\beta}[\delta(t + \beta) + \delta(t - \beta)]$$

(۱۰) مقدار انتگرال زیر را به دست آورید.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [\cos t + \sin t] \delta'(t^3 + t^2 + t) dt$$