Machine Learning

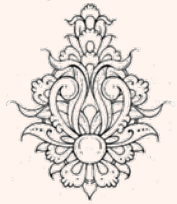
Combining Multiple Learners

یادگیری ماشین
(۰۱-۸۰۵-۱۱-۱۳)
فصل هفدهم

دانشگاه شهید بهشتی
دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر
پاییز ۱۳۹۳
احمد محمودی ازناوه

فهرست مطالب

- ترکیب الگوریتم‌های یادگیری
- انتخاب یادگیرنده
- شیوه‌های ترکیب یادگیرنده‌ها
  - رأی‌گیری
  - Bagging
  - Boosting



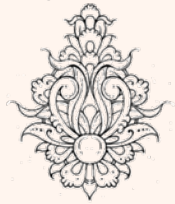
پیش‌گفتار

- الگوریتم‌های آموزش متفاوتی مطرح شده‌اند که در نظر گرفتن hyperparameter–های مختلف بر عملکرد آن‌ها مؤثر است.
  - برای دسته‌بندی می‌توان از دسته‌بندی پارامتری و یا شبکه‌ی عصبی (mlp) استفاده کرد.
  - در صورت استفاده از شبکه‌ی عصبی، تعداد لایه‌های مخفی بر عملکرد کلی مخفی و تعداد گره‌های هر لایه بر کارایی روش اثرگذار خواهد بود.
- «هیچ الگوریتم یادگیری وجود ندارد که در همه‌ی زمینه‌ها بهینه باشد.»

No Free Lunch Theorem

ترکیب الگوریتم‌های یادگیری

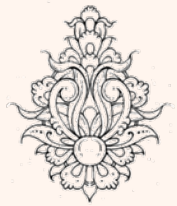
- یک راه، انتخاب بهترین الگوریتم یادگیری بر پایه‌ی یک مجموعه‌ی آموزشی است.
  - هر الگوریتم یادگیری محدود به مدل خاصی است؛ در واقع «بایاس استقرا»ی خاصی دارد که در صورتی که مفروضات برای داده‌ها معتبر نباشد، موجب ایجاد خطا می‌شود.
  - یادگیری یک مسأله‌ی ill-posed است.
  - در صورت تنظیم پارامترهای مدل برای یک مجموعه‌ی آموزشی، ممکن است مدل برای برخی داده‌ها مناسب نباشد و مدل دیگری برای آن‌ها پاسخ بهتری داشته باشد.
- با ترکیب چند الگوریتم یادگیری می‌توان کارایی بهتری به دست آورد.



ترکیب الگوریتم‌های یادگیری(ادامه...)

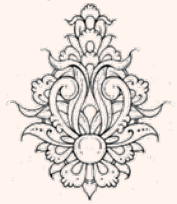
Base-learner

- بدین ترتیب چندین «یادگیرنده‌ی پایه» برای به دست آوردن کارایی بهتر با هم ترکیب می‌شوند.
- ترکیب یادگیرنده‌های یکسان سودی ندارد:
  - چگونه یادگیرنده‌های پایه‌ای انتخاب شوند که عملکرد یکدیگر را پوشش دهند؟
  - چگونه خروجی یادگیرنده‌های مختلف با هم ترکیب شوند؟



انتخاب یادگیرنده

- **استفاده از الگوریتم‌های یادگیری متفاوت:**
  - هر الگوریتم یادگیری مفروضات خاصی دارد. با انتخاب تنها یک الگوریتم روی فرضیات آن مسأله تاکید شده و سایر موارد مغفول می‌ماند. به عنوان مثال ترکیب روش‌های پارامتری و ناپارامتری
- **استفاده از hyperparameter–های متفاوت:**
  - برای یک شیوه‌ی یادگیری پارامترهای متفاوتی در نظر گرفت که در کارایی نهایی مؤثرند: تعداد گره‌ها در هر لایه، k در در k-nn، حدآستانه‌ها در درخت‌های تصمیم، استفاده از ماتریس کواریانس یکسان/متفاوت در روش‌های پارامتری، انتخاب حالت اولیه در روش‌های تکرار شونده
  - با آموزش با hyperparameter های متفاوت و میان‌گیری ساده واریانس و در نتیجه خطای کلی کاهش می‌یابد.



انتخاب یادگیرنده(ادامه...)

- استفاده از نمایش متفاوت داده‌ها برای هر یادگیرنده:
  - به جای ترکیب داده‌های مختلف، می‌توان بردارهای خصیصه‌ی کوچک‌تری برای یادگیرنده‌های متفاوت در نظر گرفت.
    - به عنوان مثال در شناسایی صوت؛ استفاده‌ی جداگانه ویدئوی حرکت لب‌ها و سیگنال صوتی
    - در صورتی که داده‌ها دارای نمایش واحدی باشند، باز هم می‌توان از چنین شیوه‌ای بهره گرفت، باعث می‌شود هر یادگیرنده روی زیرفضای خاصی از داده تمرکز کند، مانند random forest

sensor fusion

random subspace (attribute bagging)

انتخاب یادگیرنده(ادامه...)

- استفاده از مجموعه‌های آموزشی متفاوت:
  - با توجه به تاثیر داده‌هایی که برای آموزش به کار می‌روند، رویکرد دیگر استفاده از مجموعه‌های آموزشی متفاوت است.
  - یک راه انتخاب تصادفی داده‌های آموزشی برای هر یادگیرنده است. **bagging**
  - راه دیگر استفاده از یک یادگیرنده برای داده‌های است که در یادگیرنده(ها)ی مورد استفاده منجر به ارائه‌ی پاسخ مطلوب نشده‌اند. **boosting** **cascading**
  - هر یادگیرنده به بخش‌های خاصی از داده‌ها اختصاص یابد. **mixture of experts**
  - می‌توان کار اصلی را به چند کار جزیی‌تر تقسیم نمود. **error correcting output code**

یادگیرنده‌ها صرفا به خاطر کارایی مورد استفاده قرار نمی‌گیرند، سادگی و تفاوت آن‌ها اهمیت دارد.

شیوه‌های ترکیب یادگیرنده‌ها

Multiexpert combination

- یادگیرنده پس از آموزش به صورت موازی داده‌ی ورودی را دریافت و تصمیم نهایی بر اساس ترکیب تصمیم‌ها انجام می‌شود.
  - رأی‌گیری، ترکیب خبره‌ها و تعمیم پشته‌وار(stacked generalization)

Multistage combination

- هر یادگیرنده تنها در صورتی مورد استفاده(آموزش) قرار می‌گیرد که یادگیرنده‌های قبلی توفیق نسبی در انجام کار خویش نداشته‌اند.
  - یادگیرنده‌ها بر اساس پیچیدگی مرتب می‌شوند.
  - اتصال سری(cascading)
- در صورتی که L یادگیرنده مفروض باشد که تصمیم یادگیرنده‌ی j-ام($\mathcal{M}_j$) با $d_j(\mathbf{x})$ نشان داده شود، تصمیم نهایی به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$y = f\left(d_1, d_2, \ldots, d_L \mid \Phi\right)$$

combining function

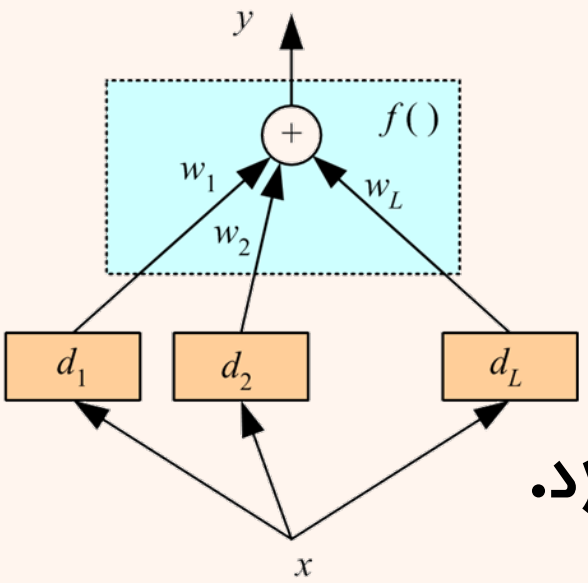
رأی‌گیری

- ترکیب خطی خروجی یادگیرنده‌ها:

$$y = \sum_{j=1}^{L} w_j d_j \qquad w_j \geq 0 \ \text{ and } \ \sum_{j=1}^{L} w_j = 1$$

ensembles -ilnear opinion pools

- برای دسته‌بندی هر یادگیرنده به هر کلاس یک رأی اختصاص می‌دهد:



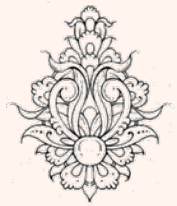
$$y_i = \sum_{j=1}^{L} w_j d_{ji}$$

- وزن هر یادگیرنده را می‌توان از روی صحت عملکرد آن تعیین کرد.

سایر شیوه‌های جمع‌بندی

Rule	Fusion function $f(\cdot)$
Sum	$y_i = \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L} d_{ji}$
Weighted sum	$y_i = \sum_j w_j d_{ji}, w_j \geq 0, \sum_j w_j = 1$
Median	$y_i = \text{median}_j\, d_{ji}$
Minimum	$y_i = \min_j d_{ji}$
Maximum	$y_i = \max_j d_{ji}$
Product	$y_i = \prod_j d_{ji}$

	C_1	C_2	C_3
d_1	0.2	0.5	0.3
d_2	0.0	0.6	0.4
d_3	0.4	0.4	0.2
Sum	0.2	**0.5**	0.3
Median	0.2	**0.5**	0.4
Minimum	0.0	**0.4**	0.2
Maximum	0.4	**0.6**	0.4
Product	0.0	**0.12**	0.032



$$y = \sum_{j=1}^{L} w_j d_j$$

رأی‌گیری(ادامه...)

- می‌توان به رأی‌گیری از دریچه‌ی قانون Bayes نگریست:

$$w_j \equiv P(\mathcal{M}_j) \quad d_{ji} \equiv P(C_i|x, \mathcal{M}_j)$$

$$P(C_i \mid x) = \sum_{\text{all models } \mathcal{M}_j} P(C_i \mid x, \mathcal{M}_j) P(\mathcal{M}_j)$$

- در صورت که رأی‌گیری یک میان‌گیری ساده فرض شود و یادگیرنده‌ها مستقل در نظر گرفته شوند:

$$E[y] = E\left[\sum_j \frac{1}{L} d_j\right] = \frac{1}{L} L \cdot E[d_j] = E[d_j]$$

$$\text{Var}(y) = \text{Var}\left(\sum_j \frac{1}{L} d_j\right) = \frac{1}{L^2} \text{Var}\left(\sum_j d_j\right) = \frac{1}{L^2} L \cdot \text{Var}(d_j) = \frac{1}{L} \text{Var}(d_j)$$

واریانس و درنتیجه خطا کاهش می‌یابد

رأی‌گیری(ادامه...)

- در صورتی یادگیرنده‌ها مستقل نباشند:

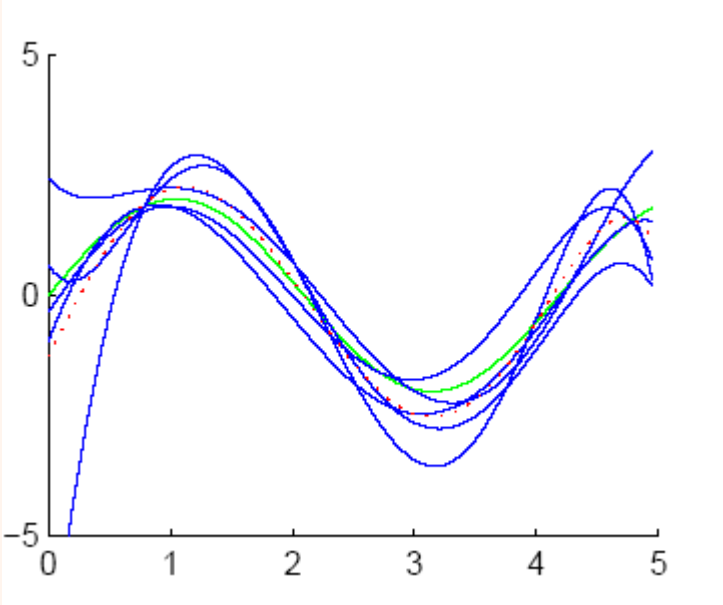
$$\mathrm{Var}(y)=\frac{1}{L^2}\mathrm{Var}\left(\sum_j d_j\right)=\frac{1}{L^2}\left[\sum_j \mathrm{Var}(d_j)+2\sum_j\sum_{i<j} Cov(d_i,d_j)\right]$$

- در صورتی که همبستگی مثبت بین یادگیرنده‌ها وجود داشته باشد، میزان واریانس و در نتیجه خطا افزایش خواهد یافت.
- در صورت همبستگی منفی بین یادگیرنده‌ها میزان واریانس کم‌تر هم خواهد شد.
  - مشروط به این که بایاس افزایش نیابد!

Jacobs, R. A. 1997. "Bias/Variance Analyses for Mixtures-of-Experts Architectures." Neural Computation 9: 369–383.

رأی‌گیری(ادامه...)

- می‌توان هر یادگیرنده را به صورت تابع درست به همراه نویز تصور کرد. در نتیجه رأی‌گیری به نوعی فرآیند کاهش نویز خواهد بود.
  - استفاده از مدل‌هایی با بایاس کم و واریانس بالا



Error-Correcting Output Codes(ECOC)

- در این شیوه یک دسته‌بندی پیچیده، به یک سری دسته‌بندی ساده‌تر تقسیم می‌شوند.

Code Matrix

$$W_{K\times L}=\begin{bmatrix} - & - & -1 & - \\ -1 & +1 & +1 & -1 \\ - & - & +1 & - \end{bmatrix}$$

Class

یادگیرنده‌ی دوم و سوم کلاس دوم را مشخص می‌کنند.

Learner

یادگیرنده‌ی سوم، کلاس اول را از سایر کلاس‌ها جدا می‌کند.

- در این حالت مجموعه‌ی آموزشی برای هر یادگیرنده به دو دسته تقسیم می‌شود.

Dietterich and Bakiri, 1995)

Error-Correcting Output Codes(ECOC)

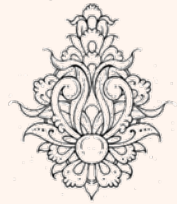
- در حالتی که برای هر کلاس یک یادگیرنده در نظر گرفته شود، در صورت بروز خطا در یکی از یادگیرنده‌ها پاسخ نهایی اشتباه خواهد بود.
- برای رفع این مشکل می‌توان تعداد یادگیرنده‌ها را افزایش داد(L>K).
  - فاصله‌ی مینگ بین سطرها افزایش می‌یابد.
  - یک راه استفاده از یک دسته‌بند به ازای هر دو کلاس است.

One per class(L=K)

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & +1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & +1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix}$$

Pairwise L=K(K-1)/2

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



Error-Correcting Output Codes(ECOC)

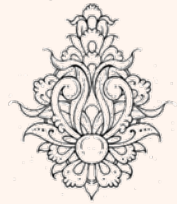
- برای تعداد کلاس(K) بالا جداسازی دوبه‌دو شدنی نیست.
- راه دیگر استفاده جداسازی مجموعه‌ی آموزشی به دو دسته است:
- می‌توان حالت‌هایی که بیشترین فاصله‌ی همنیگ را دارند انتخاب نمود.

Full code $L=2^{(K-1)}-1$

$$W=\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 \end{bmatrix}$$

$$y_i = \sum_{j=1}^{L} w_j d_{ji}$$

- نوعی فرآیند رأی‌گیری است که وزن هر یادگیرنده به کلاس نیز بستگی دارد.

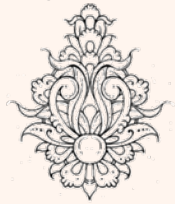


Bagging (Bootstrap aggregating)

- در این شیوه، یادگیرنده‌های یکسان از مجموعه‌های آموزشی متفاوت استفاده می‌کنند.
  - برای تولید مجموعه‌های آموزشی متفاوت از bootstrap استفاده می‌شود.
    - از یک مجموعه‌ی آموزشی به طول N، N داده به صورت تصادفی و همراه با جایگزینی استخراج می‌شود. فرآیند فوق L بار تکرار می‌شود.
  - از رأی‌گیری(میانگین‌گیری) برای ترکیب نتایج استفاده می‌شود.
- پایداری الگوریتم یادگیری را افزایش می‌دهد.(کاهش واریانس)

Boosting

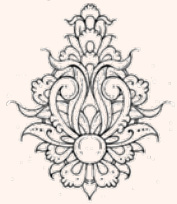
- در این شیوه به جای انتخاب تصادفی داده‌های آموزشی، مجموعه‌ی آموزشی برای یک یادگیرنده بر اساس اشتباهات یادگیرنده(ها)ی قبلی شکل می‌گیرد.
- در روش اولیه از ترکیب سه یادگیرنده‌ی ضعیف یک یادگیرنده‌ی قوی‌تر ایجاد می‌شود.
- یادگیری:
  - مجموعه‌ی آموزشی (X) به سه بخش افراز می‌شود (X_1, X_2, X_3)
  - از X_1 برای آموزش d_1 استفاده می‌شود.
  - از تمام نمونه‌های اشتباه تشخیص داده شده X_1 توسط d_1 و X_2 برای آموزش d_2 استفاده می‌شود.
  - به همین ترتیب برای یادگیرنده‌ی سوم



Schapire, 1990

Boosting

- آزمون:
  - در این مرحله نتیجه‌ی اعمال ورودی به یادگیرنده‌ی اول و دوم بررسی می‌شود. در صورت یکسان بودن نتیجه، تصمیم دو یاگیرنده‌ی اول پذیرفته می‌شود وگرنه رأی یادگیرنده‌ی سوم تعیین کننده خواهد بود.
- از معایب این روش نیاز به تعداد داده‌های آموزشی بالاست.



AdaBoost

Training:

For all $\{x^t, r^t\}_{t=1}^N \in \mathcal{X}$, initialize $p_1^t = 1/N$

For all base-learners $j = 1, \ldots, L$

Randomly draw $\mathcal{X}_j$ from $\mathcal{X}$ with probabilities p_j^t

Train d_j using $\mathcal{X}_j$

For each (x^t, r^t), calculate $y_j^t \leftarrow d_j(x^t)$

Calculate error rate: $\epsilon_j \leftarrow \sum_t p_j^t \cdot 1(y_j^t \neq r^t)$

If $\epsilon_j > 1/2$, then $L \leftarrow j - 1$; stop

$\beta_j \leftarrow \epsilon_j / (1 - \epsilon_j)$

For each (x^t, r^t), decrease probabilities if correct:

If $y_j^t = r^t$ $p_{j+1}^t \leftarrow \beta_j p_j^t$ Else $p_{j+1}^t \leftarrow p_j^t$

Normalize probabilities:

$Z_j \leftarrow \sum_t p_{j+1}^t; \quad p_{j+1}^t \leftarrow p_{j+1}^t / Z_j$

Testing:

Given x, calculate $d_j(x), j = 1, \ldots, L$

Calculate class outputs, $i = 1, \ldots, K$:

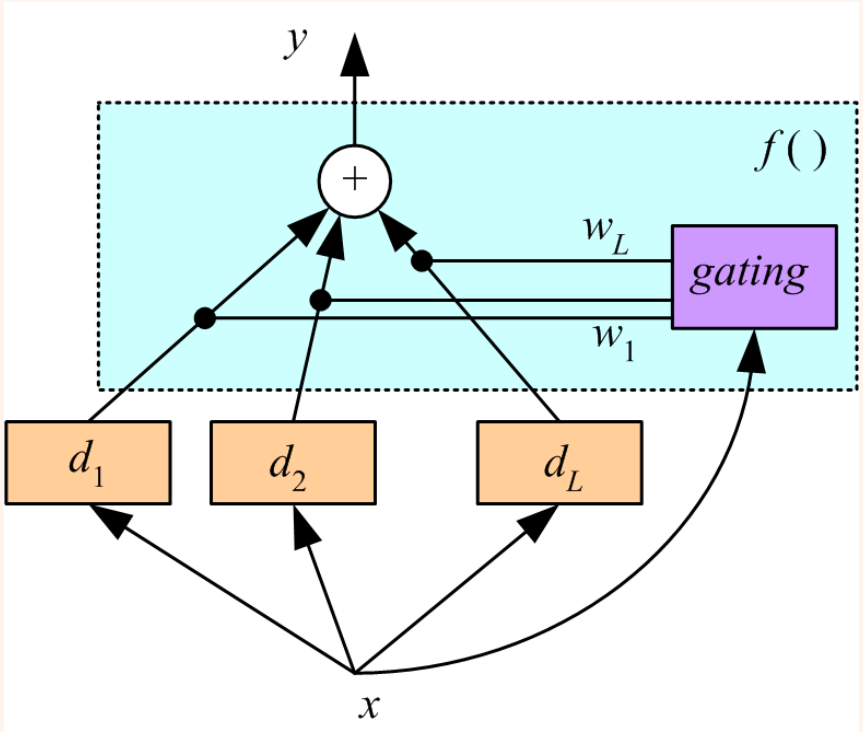
$$y_i = \sum_{j=1}^{L} \left(\log \frac{1}{\beta_j} \right) d_{ji}(x)$$

(Freund and Schapire, 1996)

ترکیب خبره‌ها

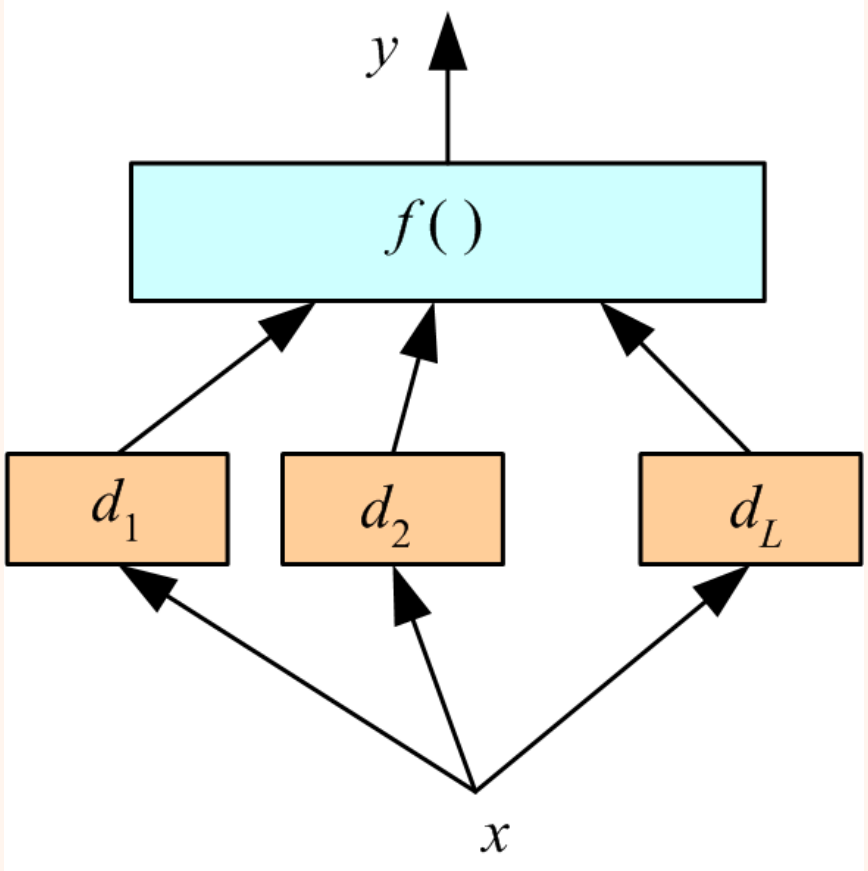
- مانند رأی‌گیری است با این تفاوت که وزن آرا به ورودی بستگی دارد.
  - مانند الگوریتم‌های رقابتی

$$y = \sum_{j=1}^{L} w_j(x) d_j$$



(Jacobs et al., 1991)

Stacking



Cascading