

سیستم اعداد مکمل

نمایش اعداد حقیقی

مبانی برنامه نویسی

(۱۳۹۱-۱۳۹۰-۱۱)

جلسه چهارم



دانشگاه شهید بهشتی

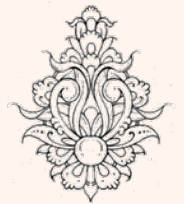
پاییز ۱۳۹۳

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

احمد محمودی ازناوه

فهرست مطالب

- سرریز در مکمل ۲
- نمایش اعداد حقیقی



عملیات جمع در سیستم مکمل ۲

$$\begin{array}{r} (+5) \quad 0101 \\ + (+2) \quad + 0010 \\ \hline (+7) \quad 0111 \end{array}$$

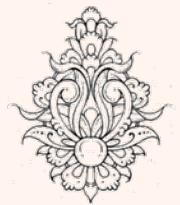
$$\begin{array}{r} (-5) \quad 1011 \\ + (+2) \quad + 0010 \\ \hline (-3) \quad 1101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (+5) \quad 0101 \\ + (-2) \quad + 1110 \\ \hline (+3) \quad 10011 \end{array}$$

↑
ignore

$$\begin{array}{r} (-5) \quad 1011 \\ + (-2) \quad + 1110 \\ \hline (-7) \quad 11001 \end{array}$$

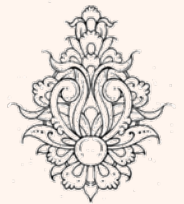
↑
ignore



تفریق در مکمل ۲

$$\begin{array}{r} (+5) \\ - (+2) \\ \hline (+3) \end{array} \quad \begin{array}{r} 0101 \\ - 0010 \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 0101 \\ + 1110 \\ \hline 10011 \\ \uparrow \\ \text{ignore} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (+5) \\ - (-2) \\ \hline (+7) \end{array} \quad \begin{array}{r} 0101 \\ - 1110 \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 0101 \\ + 0010 \\ \hline 0111 \end{array}$$

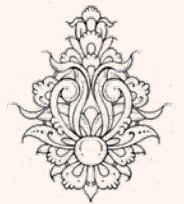


تفریق در مکمل ۲ (ادامه...)

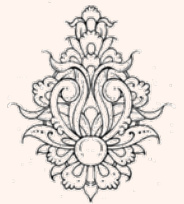
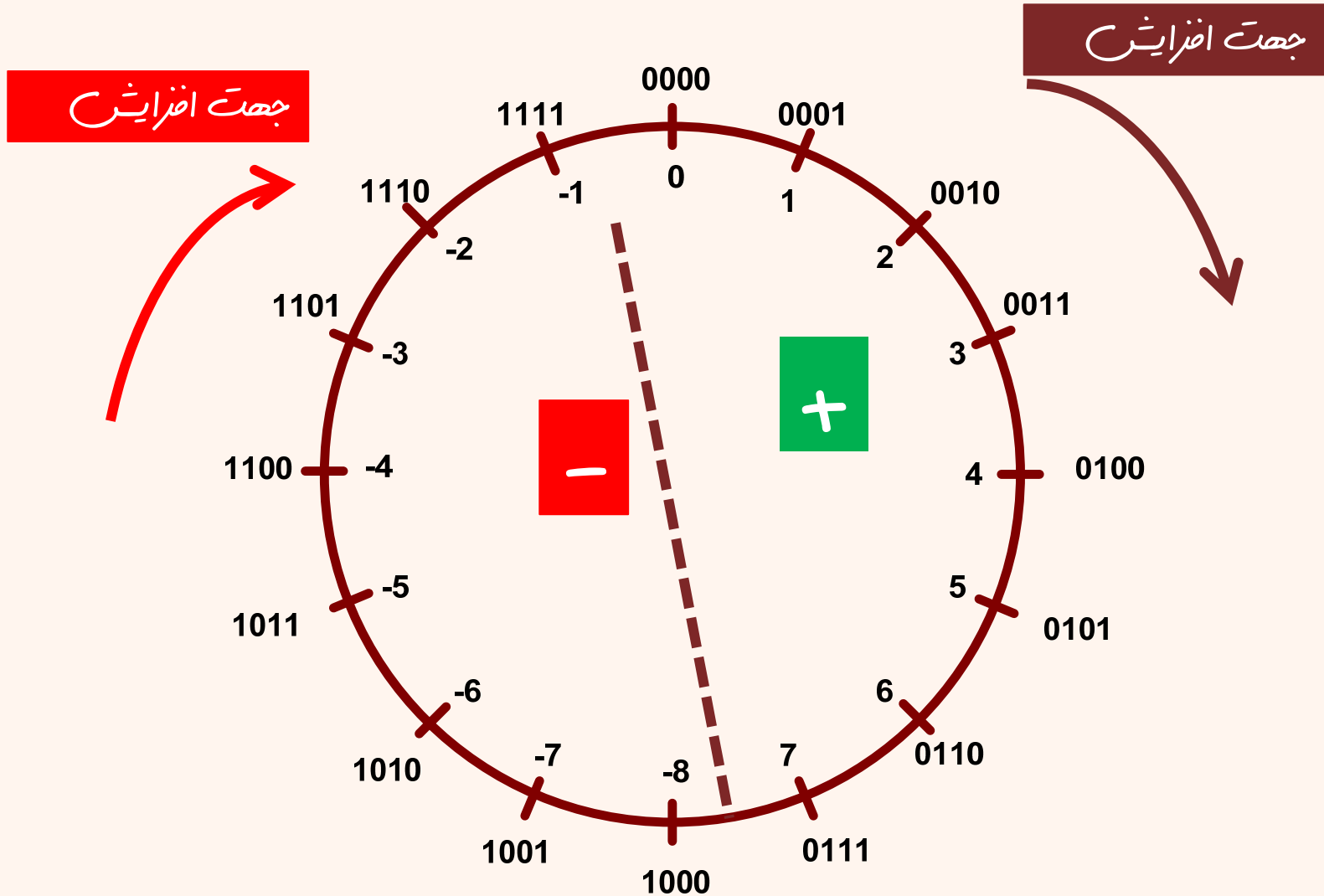
$$\begin{array}{r}
 (-5) \quad 1011 \\
 - (+2) \quad - 0010 \\
 \hline
 (-7)
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 \quad 1011 \\
 + 1110 \\
 \hline
 11001
 \end{array}$$

↑
ignore

$$\begin{array}{r}
 (-5) \quad 1011 \\
 - (-2) \quad - 1110 \\
 \hline
 (-3)
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 \quad 1011 \\
 + 0010 \\
 \hline
 1101
 \end{array}$$



تفسیر گرافیکی مکمل ۲ چار بیتی



دانشگاه
تهران
پیشین

تمرین کلاسی

تمرین ۱

چهار بیتی

هشت بیتی

$$(5)_{10} = (?)_2$$

101

101

$$(-5)_{10} = (?)_{1s}$$

1010

1111010

$$(-5)_{10} = (?)_{2's}$$

1011

1111011

بدون علامت

مکمل ۲ هشت بیتی

مکمل ۲ شانزده بیتی

تمرین ۲

$$(1111011)_b$$

251

-5

251



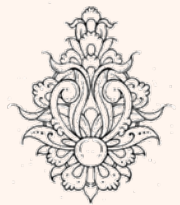
تمرین ۳

$$-130 = (?)_{2's(8\text{ bits})}$$

در هشت بیت نمی گنجد



- هنگامی که حاصل جمع (تفریق) در محدوده‌ی قابل نمایش نگنجد، گفته می‌شود که «سرریز» رخ داده است.
- برای اطمینان از درستی عملیات باید رخداد سرریز تشخیص داده شود.



سرریز (ادامه...)

$$\begin{array}{r}
 (+7) \quad 0111 \\
 + (+2) \quad + 0010 \\
 \hline
 (+9) \quad 1001
 \end{array}$$

$$c_4 = 0$$

$$c_3 = 1$$

$$\begin{array}{r}
 (+7) \quad 0111 \\
 + (-2) \quad + 1110 \\
 \hline
 (+5) \quad 10101
 \end{array}$$

$$c_4 = 1$$

$$c_3 = 1$$

$$\begin{array}{r}
 (-7) \quad 1001 \\
 + (+2) \quad + 0010 \\
 \hline
 (-5) \quad 1011
 \end{array}$$

$$c_4 = 0$$

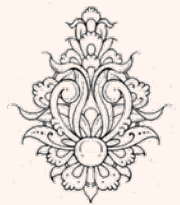
$$c_3 = 0$$

$$\begin{array}{r}
 (-7) \quad 1001 \\
 + (-2) \quad + 1110 \\
 \hline
 (-9) \quad 10111
 \end{array}$$

$$c_4 = 1$$

$$c_3 = 0$$

$$\begin{aligned}
 \text{Overflow} &= c_3 \bar{c}_4 + \bar{c}_3 c_4 \\
 &= c_3 \oplus c_4
 \end{aligned}$$

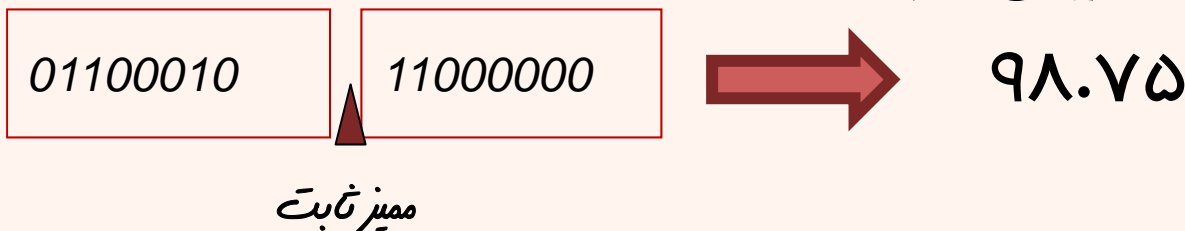


نمایش اعداد حقیقی

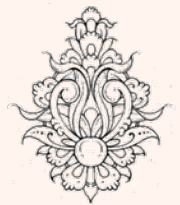
- برای نمایش همه‌ی اعداد حقیقی نمی‌توان دقت کامل داشت، از این رو هر عدد حقیقی به نزدیک‌ترین عدد قابل نمایش گرد می‌شود.

- برای نمایش اعداد اعشاری می‌توان از سیستم عددی «ممیز ثابت» استفاده کرد، در این شیوه جایگاه **ممیز** به صورت **ثابت** در نظر گرفته می‌شود.

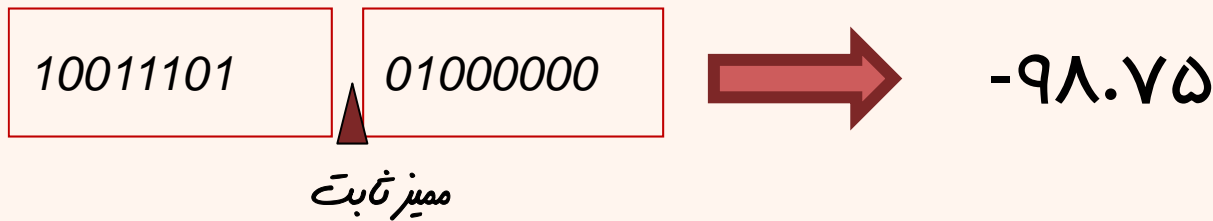
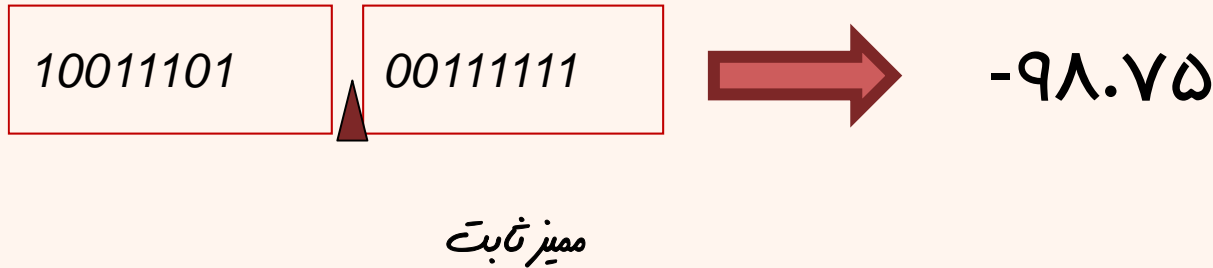
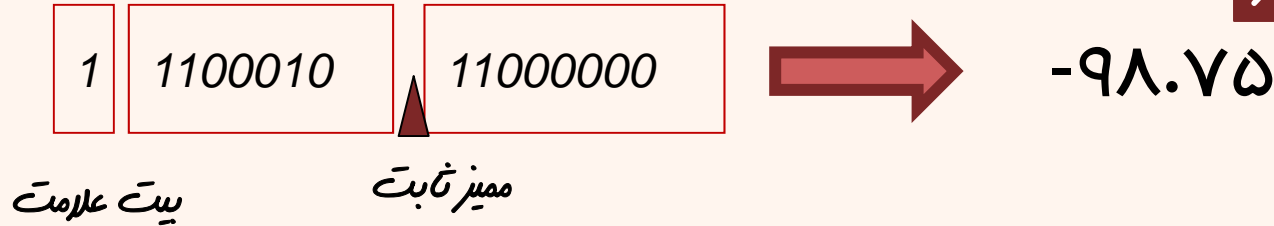
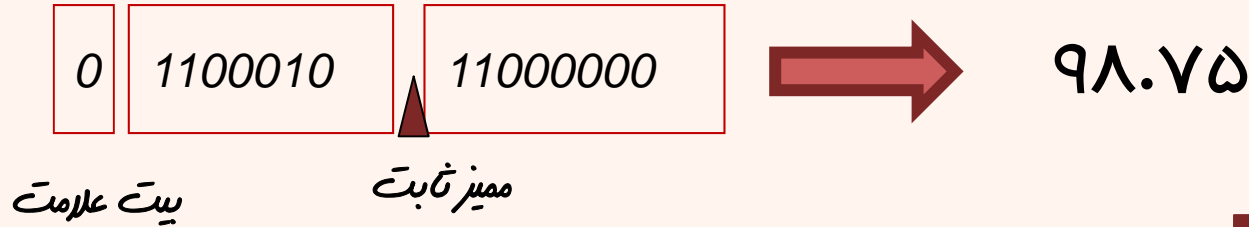
- مثال: عدد حقیقی بدون علامت



- برای اعداد حقیقی علامت‌دار از تمام شیوه‌های گفته شده می‌توان استفاده کرد.



اعداد ممیز ثابت علامت دار



علامت و مقدار

مکمل ۱

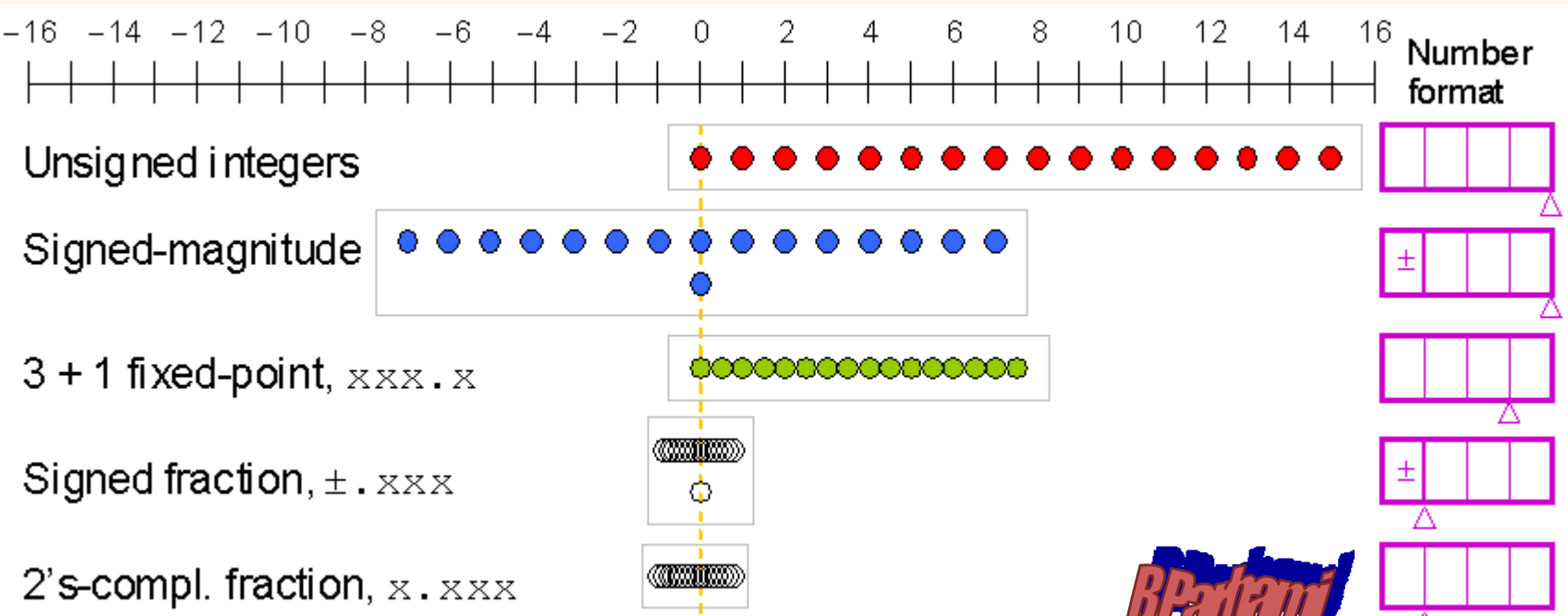


مکمل ۲



دقت در ممیز ثابت

- دقت (precision) در ممیز ثابت، وابسته به تعداد بیت‌هایی است که بخش کسری اختصاص داده می‌شود، هر چه دقت را افزایش دهیم، بازه‌ی قابل نمایش کاهش می‌یابد و با افزایش بازه با کاهش دقت مواجه خواهیم شد.



دانشگاه
بهبودی

BPartani

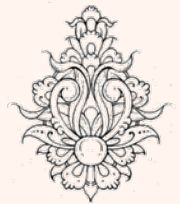
اعداد کسری

- در کاربردهای علمی استفاده از اعداد **بسیار بزرگ** و یا اعداد **بسیار کوچک** لازم است.
- با استفاده از سیستم عددی ممیز ثابت دسترسی همزمان به بازه‌ی قابل نمایش گسترده همراه با دقت بالا امکان‌پذیر نمی‌باشد.
- استفاده از «**ممیز شناور**»، برای چنین کاربردهایی راهگشاست.

$$- ۳.۱۴۱۵۹۲۶۵$$

$$- ۲.۷۱۸۲۸۱۸۲۸۴۵۹۰$$

$$- ۰.۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱ = ۰.۱ \times ۱۰^{-۹}$$



$$Mantissa \times Base^{Exponent}$$