سیستم اعداد مکمل

مبانی برنامه‌نویسی

(۱۳۹۹-۱۳-۱۱)

جلسه‌ی سوم

دانشگاه شهید بهشتی

پاییز ۱۳۹۹

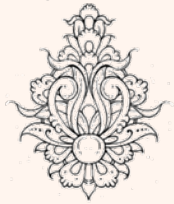
دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر

احمد محمودی ازناوه

http://faculties.sbu.ac.ir/~a_mahmoudi/

فهرست مطالب

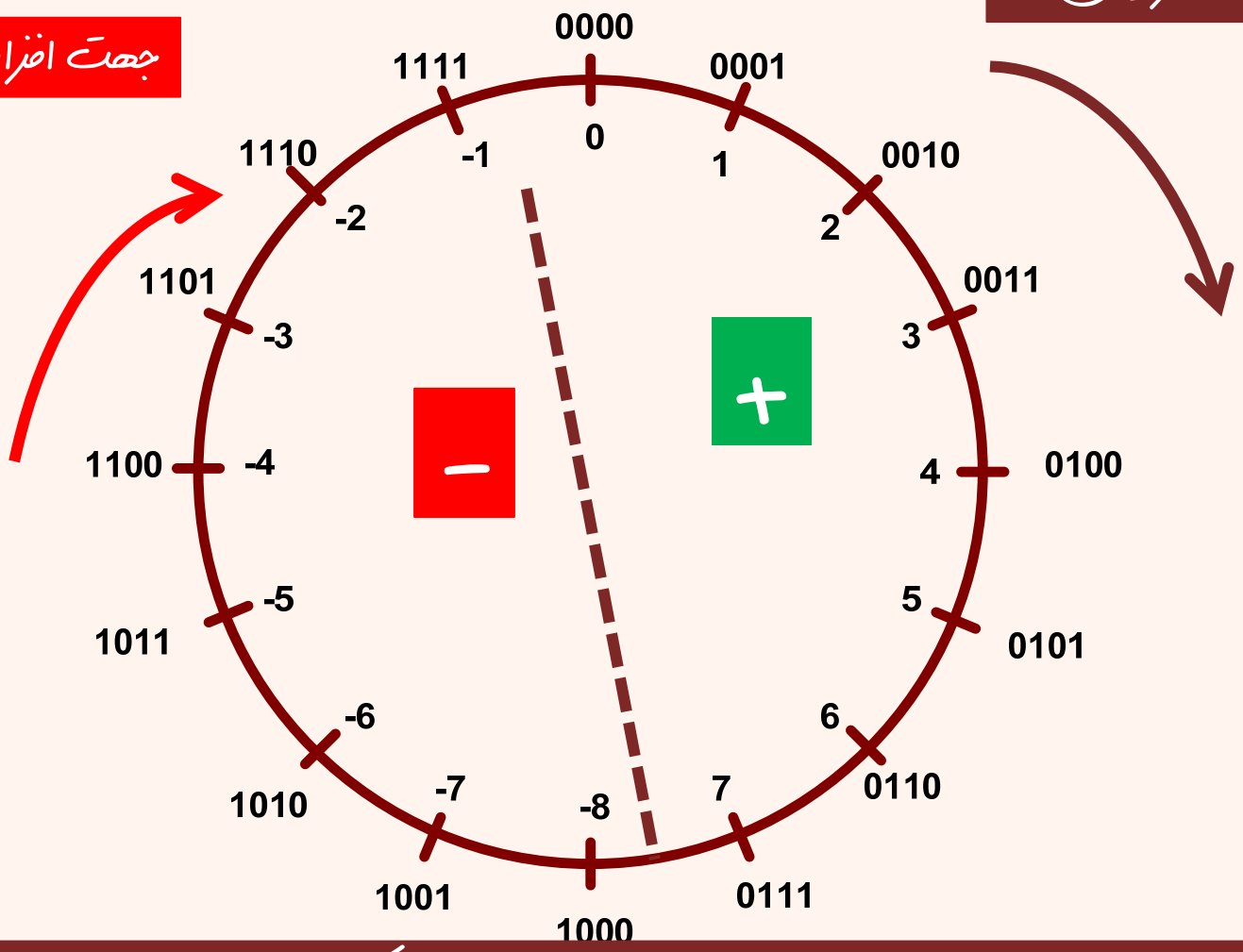
- سیستم اعداد
  - نمایش اعداد علامت‌دار
    - جمع اعداد علامت‌دار
    - سرریز در مکمل ۲



اعداد در سیستم اعداد مکمل

جهت افزایش

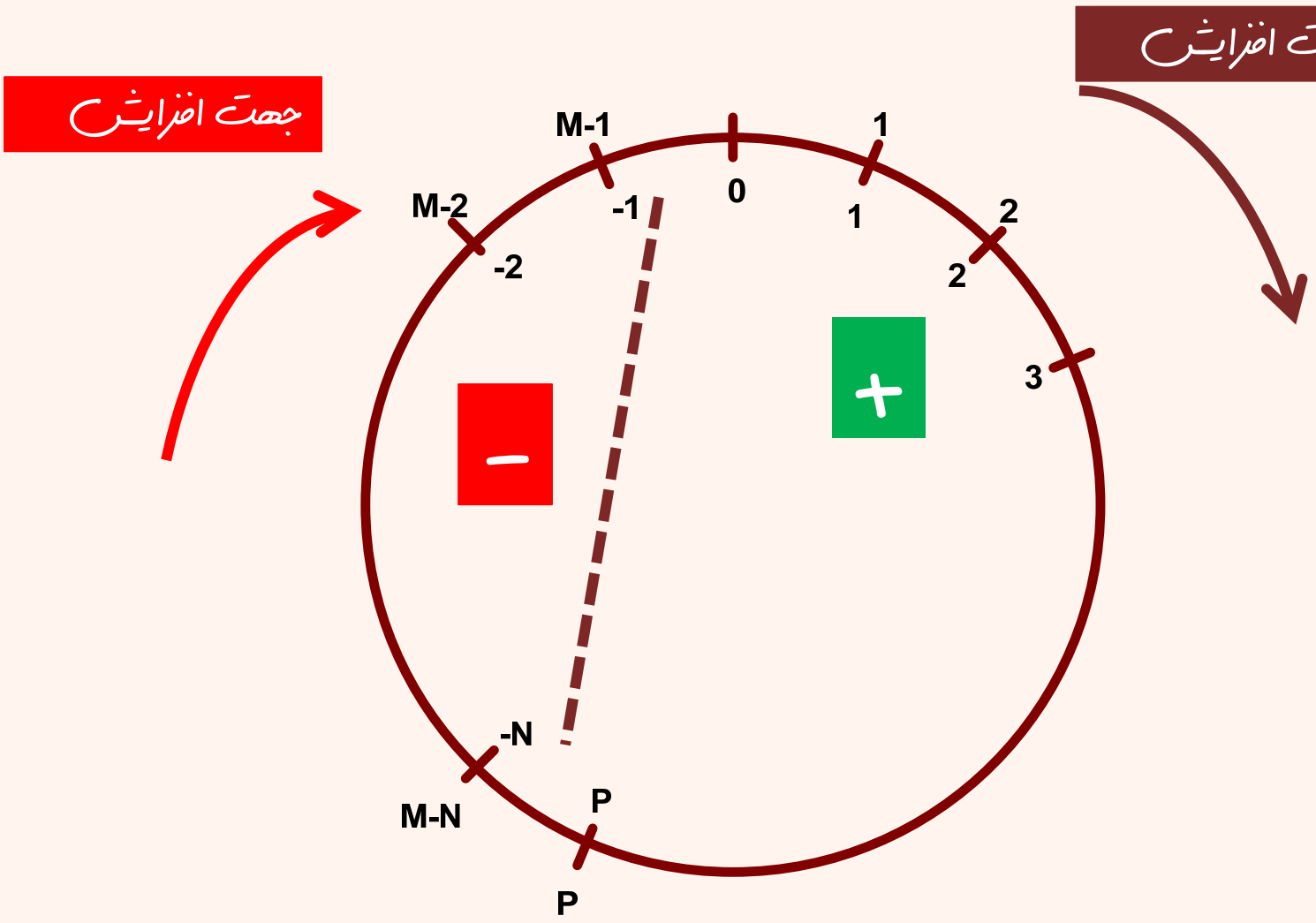
جهت افزایش



در این صورت برای اعداد منفی نیز می‌توان جمع‌کننده‌ی پیشین را استفاده نمود.

در ادامه به بررسی نظری سیستم‌های مکمل خواهیم پرداخت.

اعداد در سیستم اعداد مکمل



سیستم اعداد مکمل

این نماد یعنی مکمل N در مبنای r

- در سیستم اعداد مکمل اعداد منفی به صورت روبرو نمایش داده می شوند.

Radix Complement

$$[N]_r = r^n - (N)_r$$

سیستم n رقم صحیح دارد و r مبنا را مشخص می‌کند.

مثال: (در سیستم چهار بیتی)

$-5 = 2^4 - 5$
$= 16 - 5 = 11$
$= (1011)$

- سیستم اعداد مکمل کاهیده

Diminished Radix Complement System

$$[N]_r = r^n - (N)_r - ulp$$

مثال: (در سیستم چهار بیتی)

$-5 = 2^4 - 5 - 1$
$= 10$
$= (1010)$

unit in the last place or unit of least precision (*ulp*)

مثال

- مکمل ده عدد $(40960)_{10}$ را حساب کنید.
- $10^5-(40960)=(59040)_{10}$
- در صورتی که عددی با مکملش جمع شود؛ با توجه به این که مکمل نقش قرینه‌ی آن را ایفا می‌کند، انتظار داریم پاسخ صفر باشد:
- $40960+59040=100000$
- که با در نظر گرفتن حساب پیمانه‌ای عملا چنین است:

$$100000 \overset{100000}{\equiv} 0$$

سیستم اعداد مکمل و تفریق

- می‌خواهیم تفریق زیر انجام دهیم:

49-37

=49-37+100-100

- در عمل حاصل تفاوتی نکرده است.

=49+63-100

- این ساده‌سازی عملا مکمل ده گرفتن است.

=112-100=12

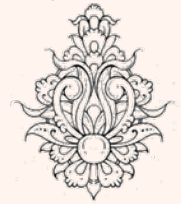
- تفریق آخر عملا معادل چشم‌پوشی از پیمانه است، به صورت خلاصه می‌توان ۴۹ را با مکمل ده ۳۷ جمع پیمانه‌ای کرد.

اعداد مکمل ۱

- برای به دست آوردن مکمل ۱ عدد کافیست جای صفرها و یک‌ها را عوض کنیم.

$$K = \left(2^n - 1\right) - P$$

1 0 0 0	→	-7	0 1 1 1	→	7
1 0 0 1	→	-6	0 1 1 0	→	6
1 0 1 0	→	-5	0 1 0 1	→	5
1 0 1 1	→	-4	0 1 0 0	→	4
1 1 0 0	→	-3	0 0 1 1	→	3
1 1 0 1	→	-2	0 0 1 0	→	2
1 1 1 0	→	-1	0 0 0 1	→	1
1 1 1 1	→	0^-	0 0 0 0	→	0^+



مکمل ۲

$$K = 2^n - P$$

- برای به دست آوردن مکمل۲ از سمت راست بیت‌هایی که برابر با ’0‘ هستند را نادیده گرفته تا به اولین مقدار ’1‘ برسیم پس از آن مقادیر را به صورت مکمل جایگزین می‌کنیم.

1 0 0 0	⟶	-8	0 1 1 1	⟶	7
1 0 0 1	⟶	-7	0 1 1 0	⟶	6
1 0 1 0	⟶	-6	0 1 0 1	⟶	5
1 0 1 1	⟶	-5	0 1 0 0	⟶	4
1 1 0 0	⟶	-4	0 0 1 1	⟶	3
1 1 0 1	⟶	-3	0 0 1 0	⟶	2
1 1 1 0	⟶	-2	0 0 0 1	⟶	1
1 1 1 1	⟶	-1	0 0 0 0	⟶	0

نمایش اعداد

Sequence	Two's complement	One's complement	Signed-magnitude
0111	7	7	7
0110	6	6	6
0101	5	5	5
0100	4	4	4
0011	3	3	3
0010	2	2	2
0001	1	1	1
0000	0	0	0
1111	−1	−0	−7
1110	−2	−1	−6
1101	−3	−2	−5
1100	−4	−3	−4
1011	−5	−4	−3
1010	−6	−5	−2
1001	−7	−6	−1
1000	−8	−7	−0

عملیات جمع در سیستم مکمل ۱

End-around carry

(+5)	0 1 0 1	(–5)	1 0 1 0
+ (+2)	+ 0 0 1 0	+ (+2)	+ 0 0 1 0
(+7)	0 1 1 1	(–3)	1 1 0 0

(+5)	0 1 0 1	(–5)	1 0 1 0
+ (–2)	+ 1 1 0 1	+ (–2)	+ 1 1 0 1
(+3)	1 0 0 1 0	(–7)	1 0 1 1 1
	→ 1		→ 1
	0 0 1 1		1 0 0 0