فشرده‌سازی اطلاعات
۴۰-۱۰-۰۰۲-۰۱
بخش ششم

دانشگاه شهید بهشتی
پژوهشکده‌ی فضای مجازی
بهار ۱۴۰۲
احمد محمودی ازناوه

فهرست مطالب

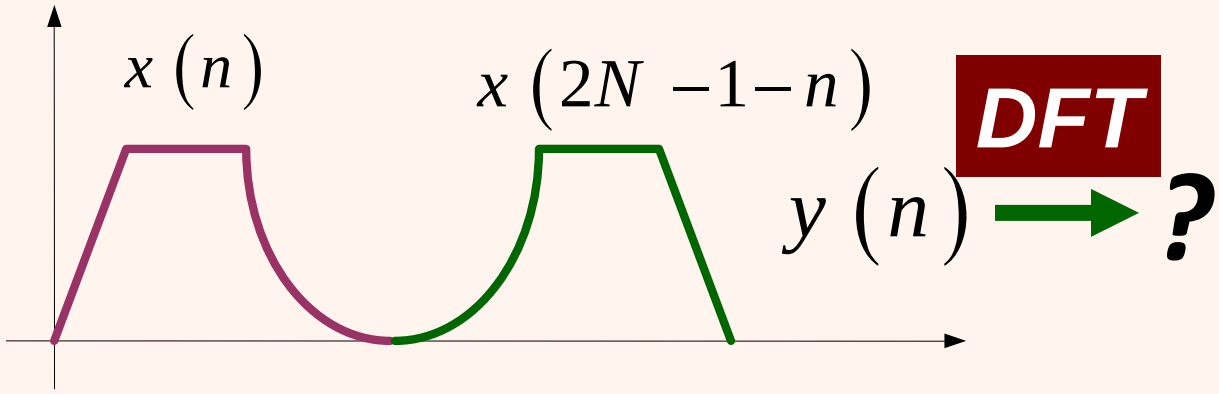
- تبدیل کسینوسی صحیح
  - تصاویر پایه
  - ویژگی‌ها
- پردازش بلوکی تصاویر
- چندی کردن ضرائب (quantization)
- استاندارد فشرده‌سازی JPEG

تبدیل کسینوسی گسسته

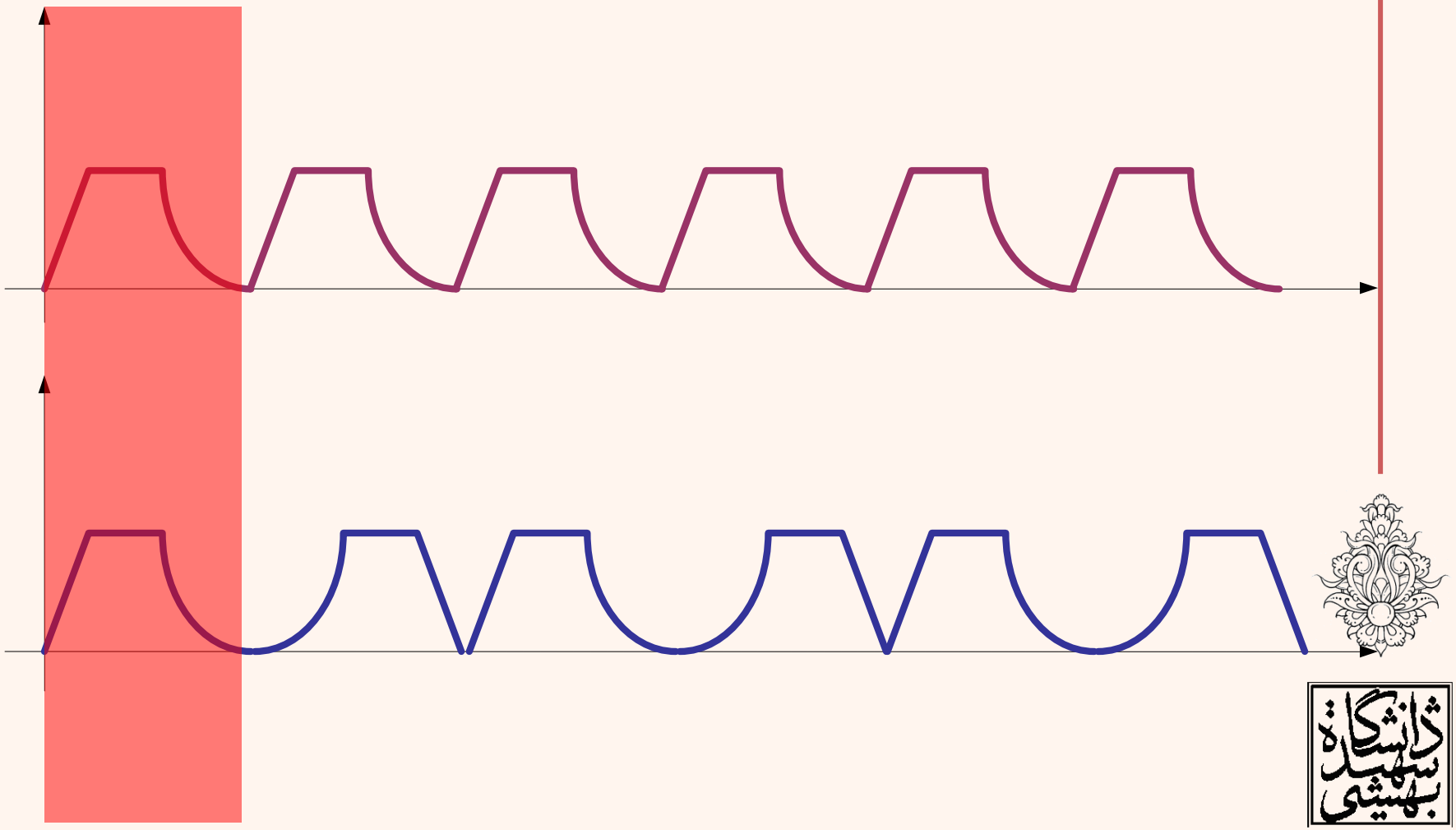
- یک سیگنال N نمونه‌ای، $x(n)$ مفروض است:

$$y(n) = x(n) + x(2N-1-n)$$

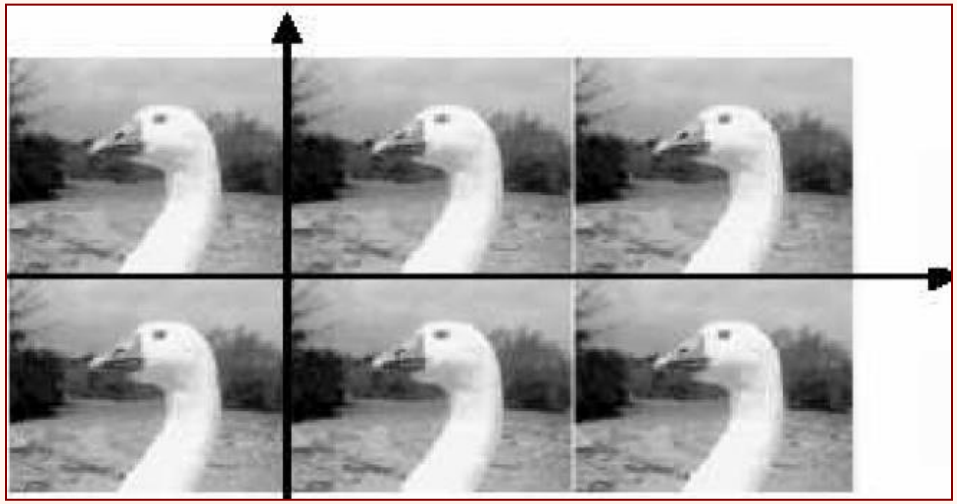
$$y(n) = \begin{cases} x(n) & 0 \le n \le N-1 \\ x(2N-1-n) & N \le n \le 2N-1 \\ 0 & Otherwise \end{cases}$$

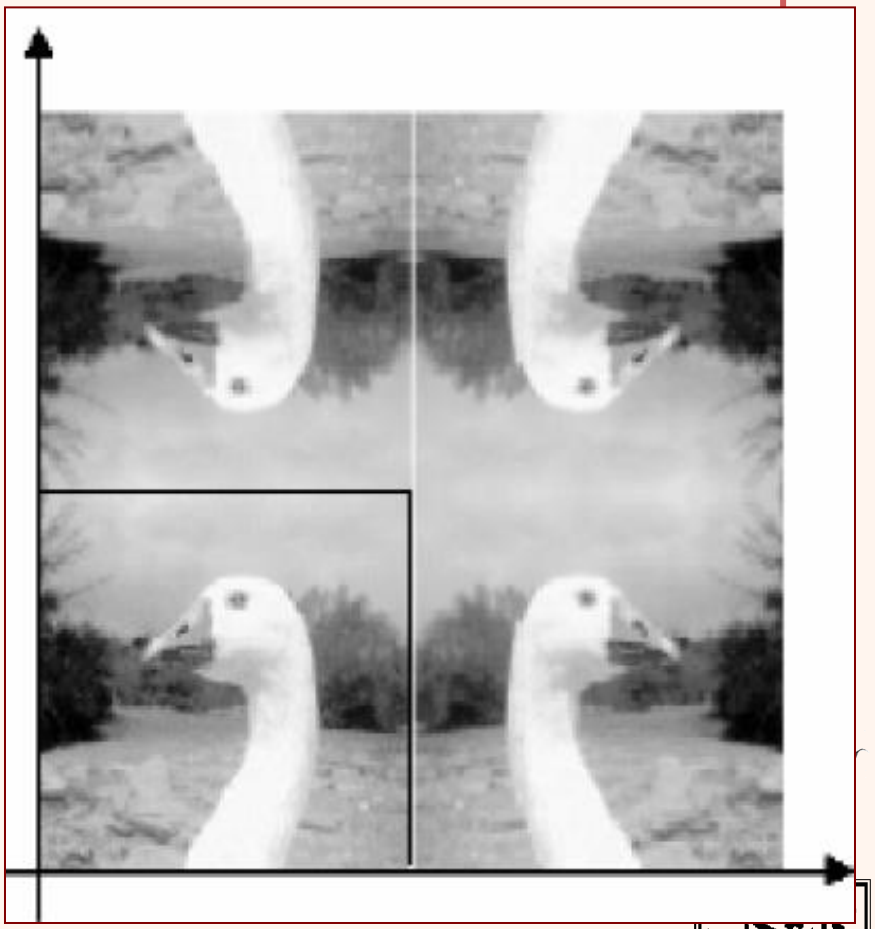


تبدیل کسینوسی گسسته(ادامه...)



متناوب کردن تصویر





تبدیل کسینوسی گسسته

$$C(k_1,k_2)=\alpha(k_1,k_2)\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1}f(m,n)\cos\left(\frac{\pi(2m+1)k_1}{2N}\right).\cos\left(\frac{\pi(2n+1)k_2}{2N}\right);$$

$$0\le k_1\le N-1,\qquad 0\le k_2\le N-1,$$

تبدیل کسینوسی گسسته

$$f(m,n)=\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1}\alpha(k_1,k_2)C(k_1,k_2)\cos\left(\frac{\pi(2m+1)k_1}{2N}\right).\cos\left(\frac{\pi(2n+1)k_2}{2N}\right);$$

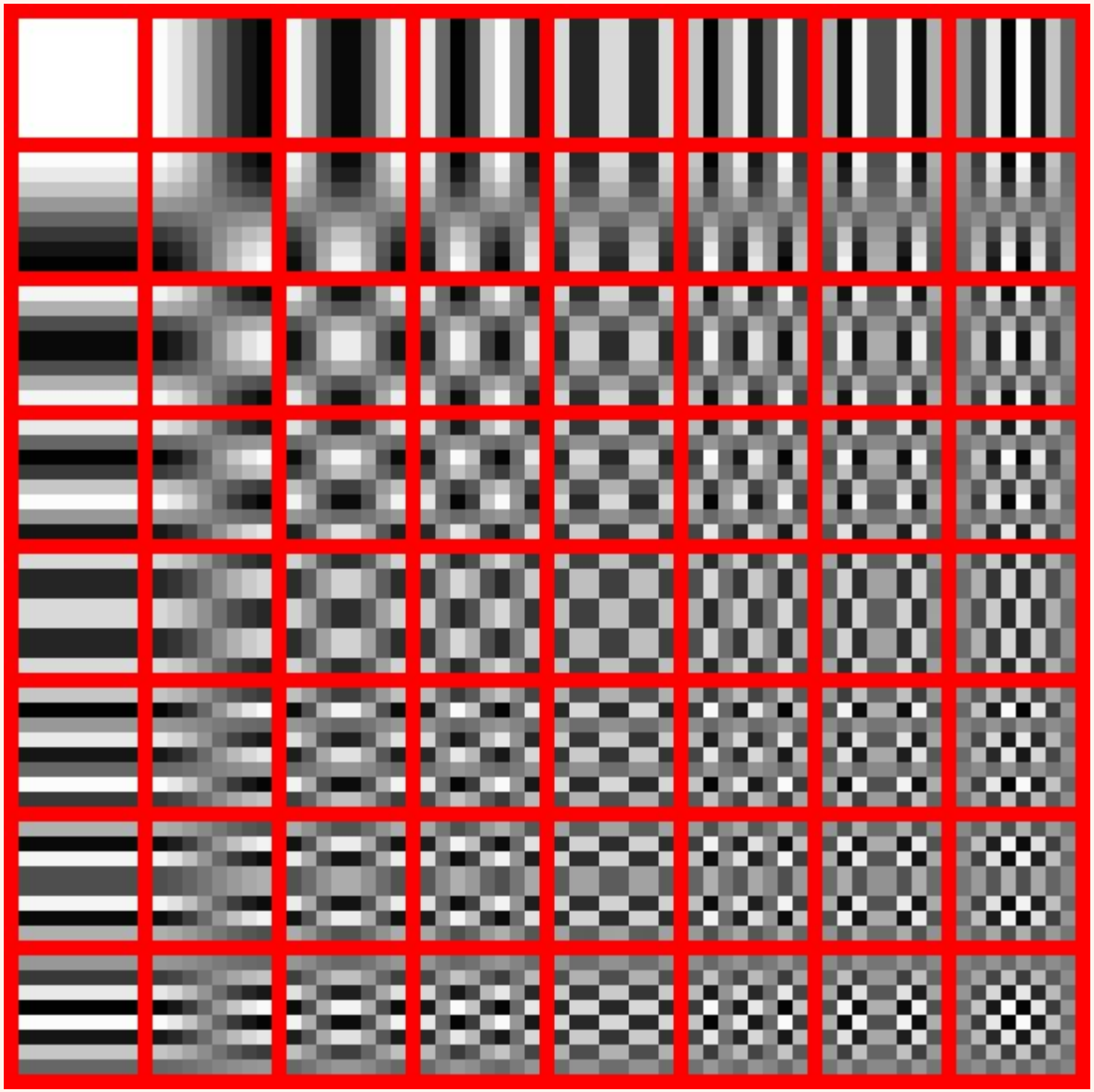
$$0\le n\le N-1,\qquad 0\le m\le N-1$$

تبدیل معکوس

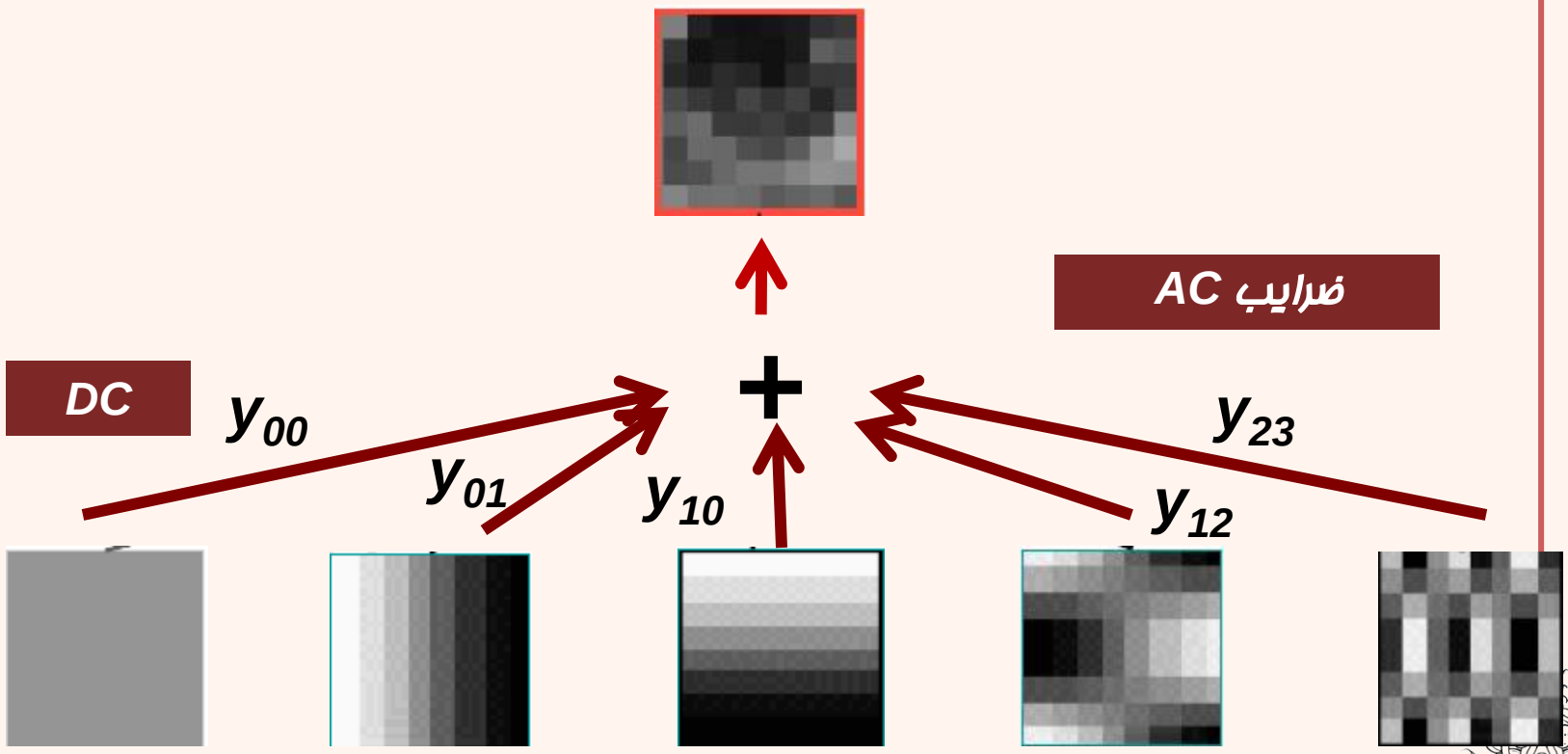
$$\alpha(k_1,k_2)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{N}} & k_1=0 \quad 0\le k_2\le N-1\\ \frac{1}{\sqrt{N}} & k_2=0 \quad 0\le k_1\le N-1\\ \sqrt{\frac{2}{N}} & 0<k_1\le N-1 \quad 0<k_2\le N-1\end{cases}$$

تصاویر پایه

تصاویر پایه‌ی کسینوسی برای یک بلوک 8x8



مثال



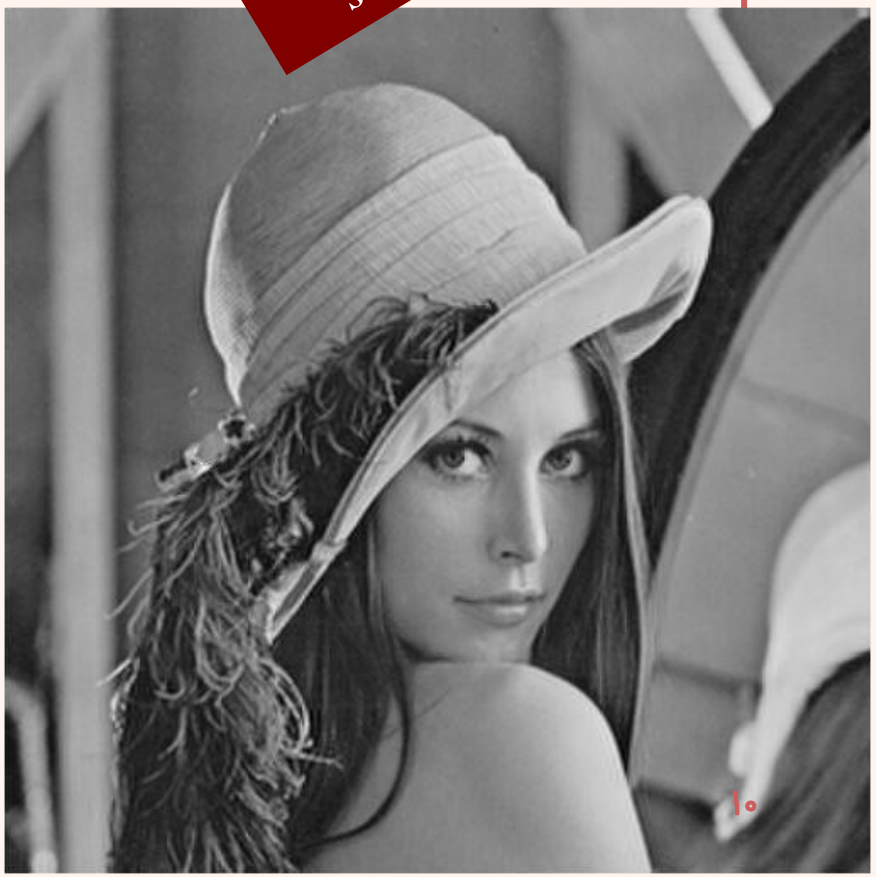
DCT و FFT

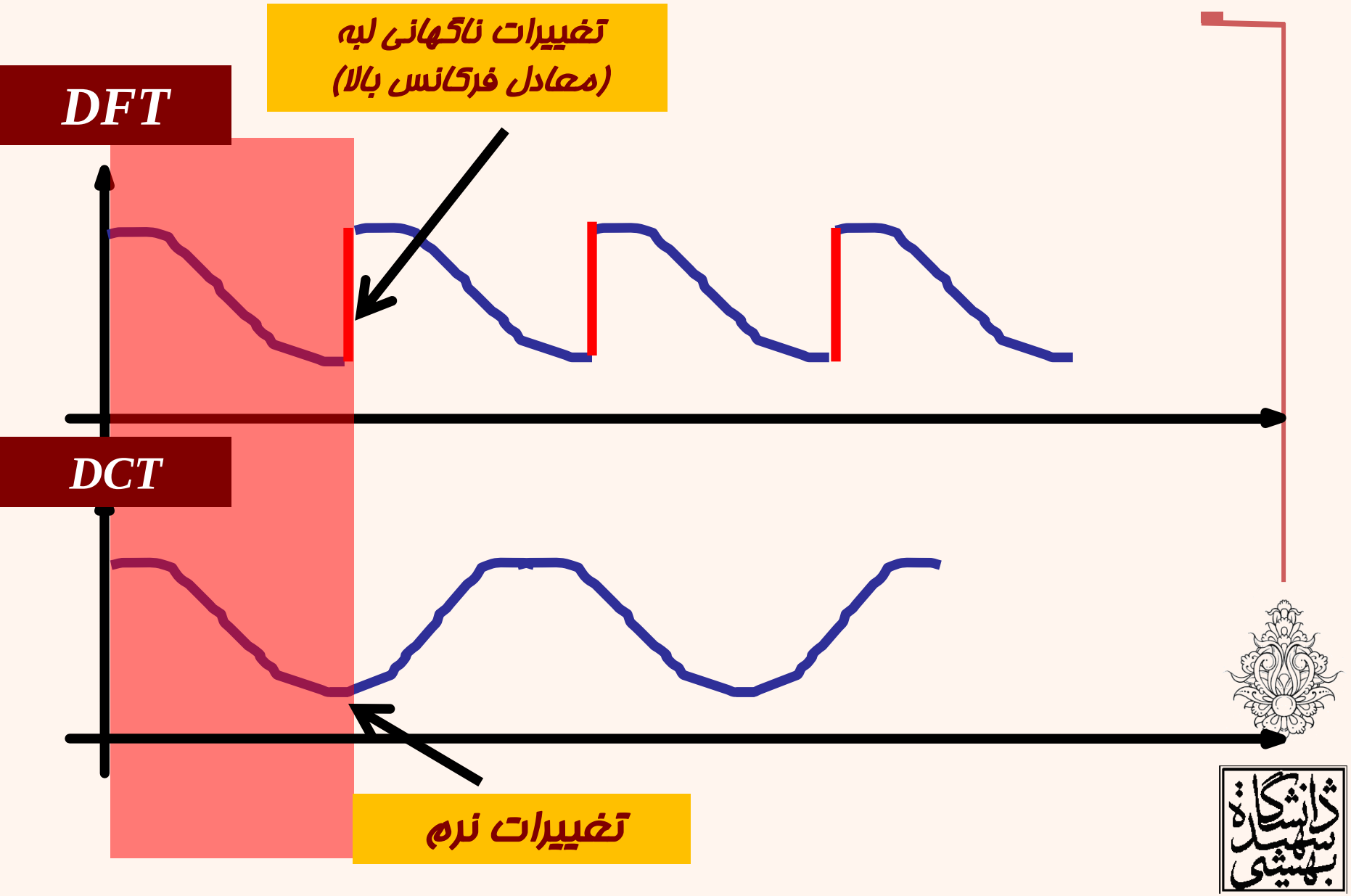
برای فشرده‌سازی تصویر ابتدا تصویر به «بلوک‌های ناهمپوشان» تقسیم شده و سپس مؤلفه‌های کم‌اهمیت هر بلوک در فضای تبدیل حذف می‌شوند.

FFT و DCT

FFT 25% saving

DCT 25% saving

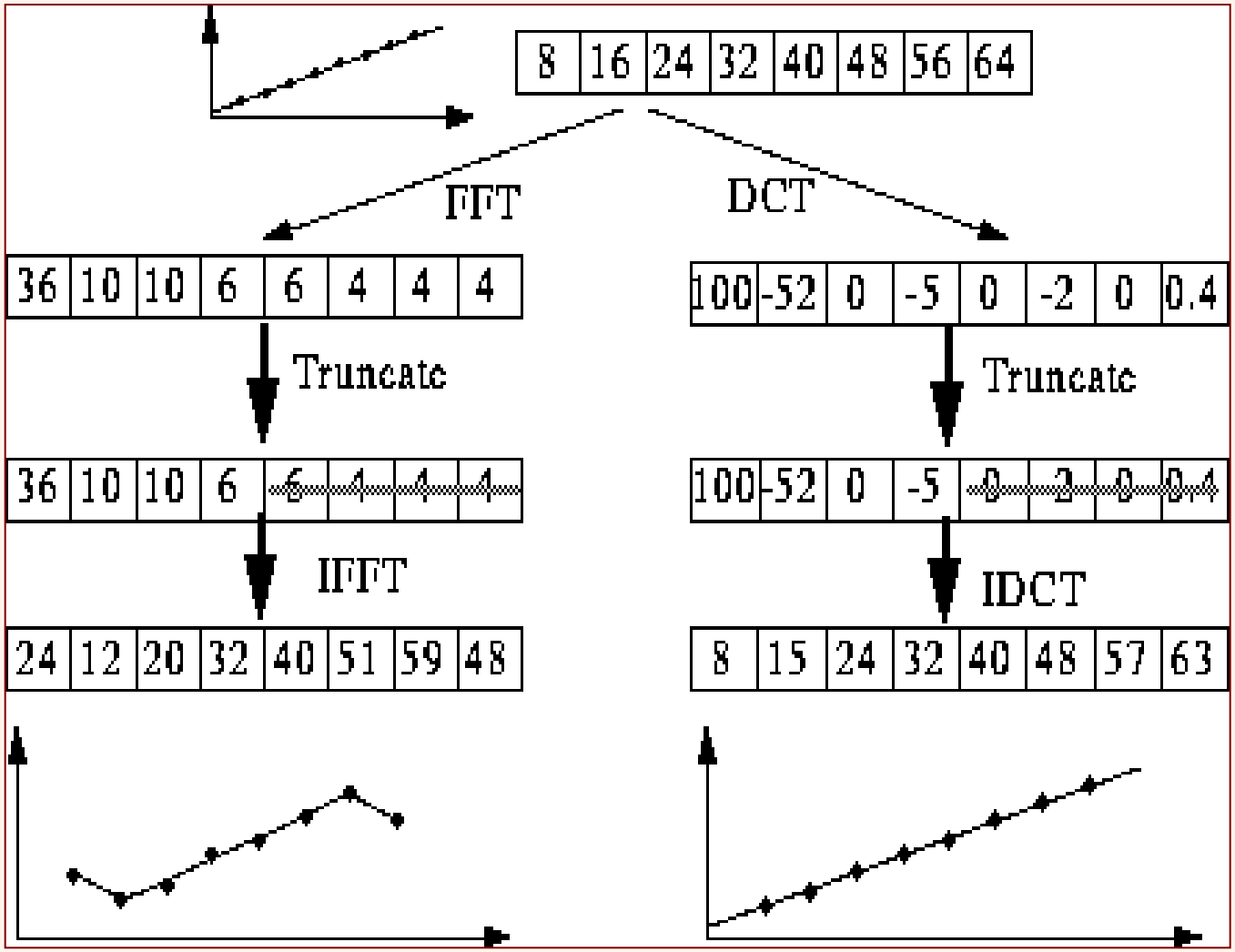



تغییرات ناگهانی لبه
(معادل فرکانس بالا)
DFT
DCT
تغییرات نرم

FFT /DCT

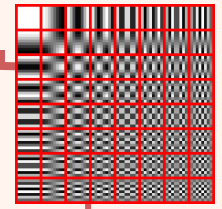
مقادیر ضرایب در DCT حقیقی ولی در DFT مختلط

تقریب بهتر در DCT با استفاده از ضرایب کم‌تر

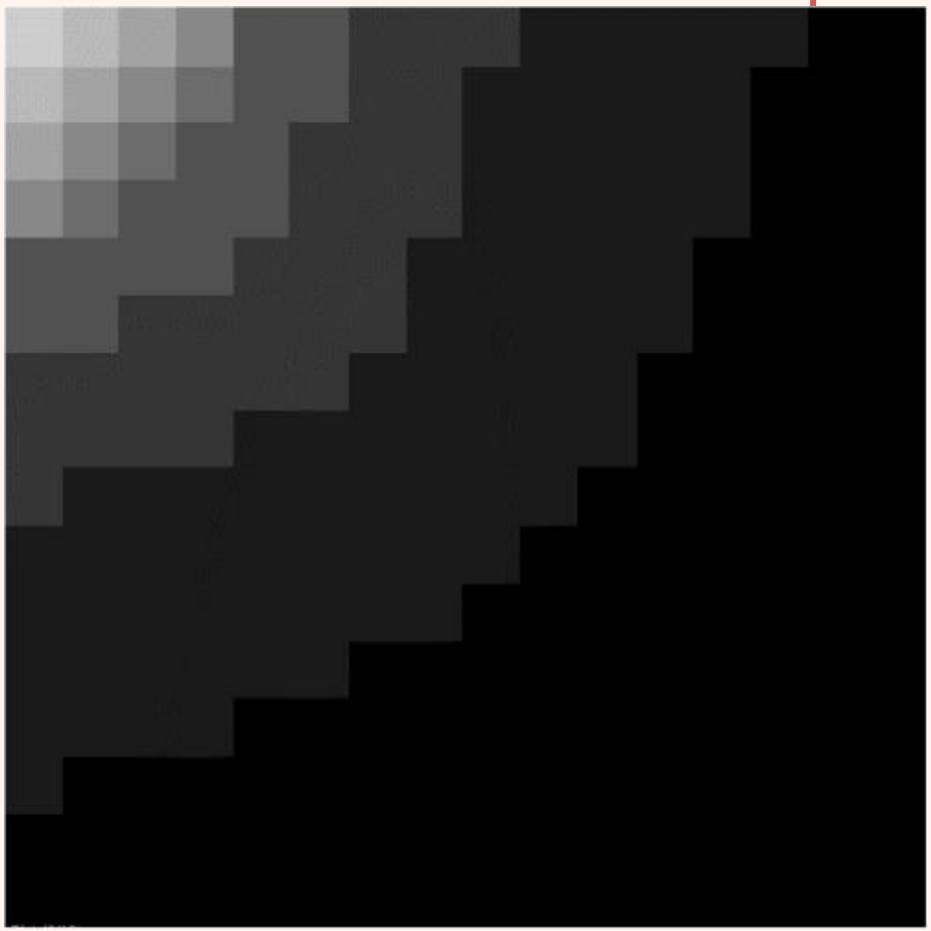


http://www.cs.cf.ac.uk/Dave/Multimedia/node231.html

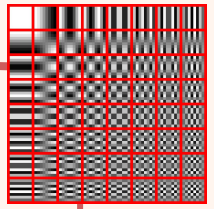
اهمیت نسبی ضرایب تبدیل کسینوسی



8	7	6	5	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0
7	6	5	4	3	3	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
6	5	4	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
5	4	3	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
3	3	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0
3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0
2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



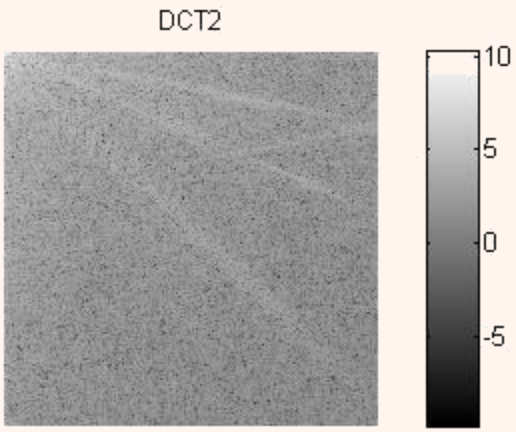
مثال

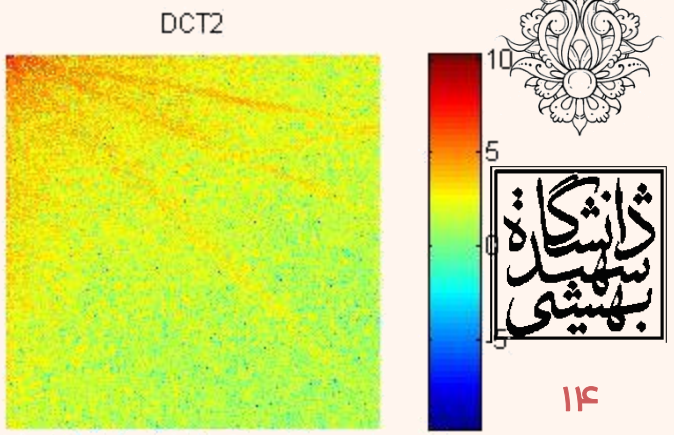


```
f = imread('cameraman.tif');
imshow(f,[ ]);
J = dct2(f);
figure;
imshow(log(abs(J)),[ ]), colormap(gray),
 colorbar;title('DCT2');
figure
imshow(log(abs(J)),[ ]), colormap(jet(64)),
 colorbar;title('DCT2');
K = idct2(J);
figure;imshow(K,[ ]);
```

Rec

Org



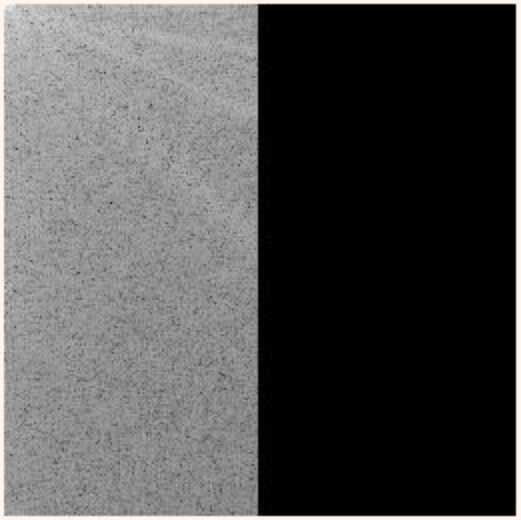


مثال

```
f = imread('cameraman.tif');
imshow(f,[]);
J = dct2(f);
a=ones(size(f));
a(:,(size(f,2)/2):end)=0;
J2=J.*a;
figure;imshow(log(abs(J2)),[]);
K = idct2(J2);
figure;imshow(uint8(K),[]);
Diff=f-uint8(K);
figure;imshow(Diff,[]);
```

difference

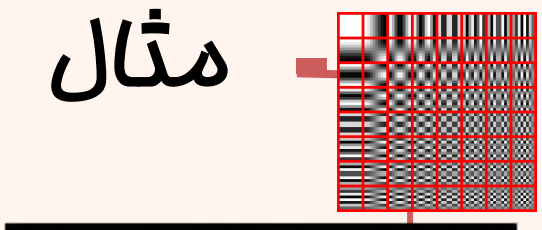
Org



Rec

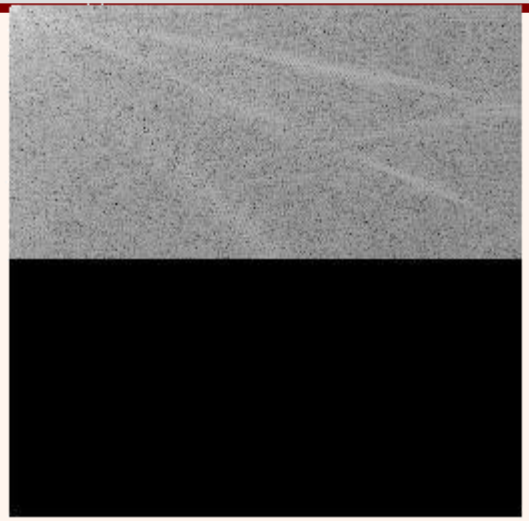
مثال

```
f = imread('cameraman.tif');
imshow(f,[]);
J = dct2(f);
a=ones(size(f));
a((size(f,2)/2):end,:)=0;
J2=J.*a;
figure;imshow(log(abs(J2)),[]);
K = idct2(J2);
figure;imshow(uint8(K),[]);
Diff=f-uint8(K);
figure;imshow(Diff,[]);
```



difference

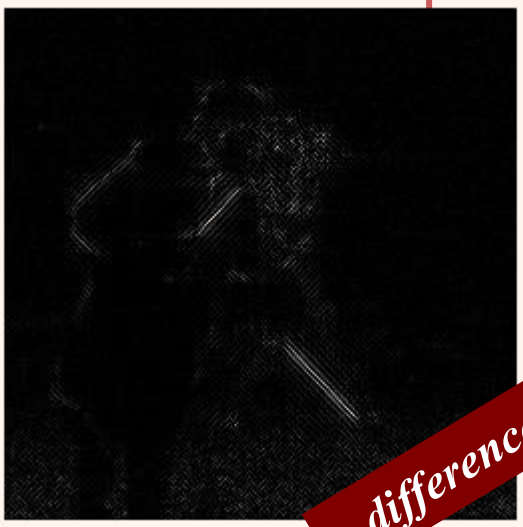
Org

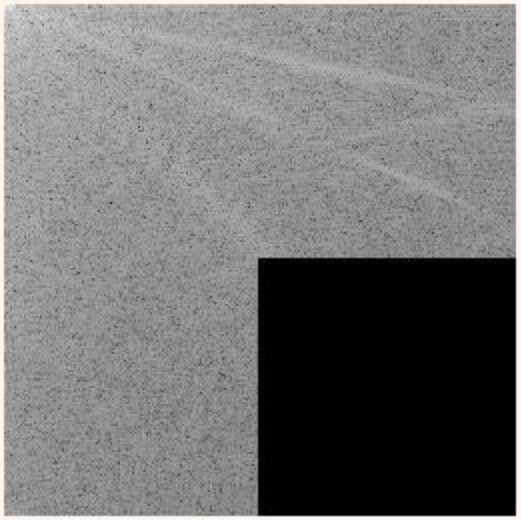


Rec

مثال

```
f = imread('cameraman.tif');
imshow(f,[ ]);
J = dct2(f);
a=ones(size(f));
a((size(f,2)/2):end,(size(f,2)/2):end)
=0;
J2=J.*a;
figure;imshow(log(abs(J2)),[ ]);
K = idct2(J2);
figure;imshow(uint8(K),[ ]);
Diff=f-uint8(K);
figure;imshow(Diff,[ ]);
```



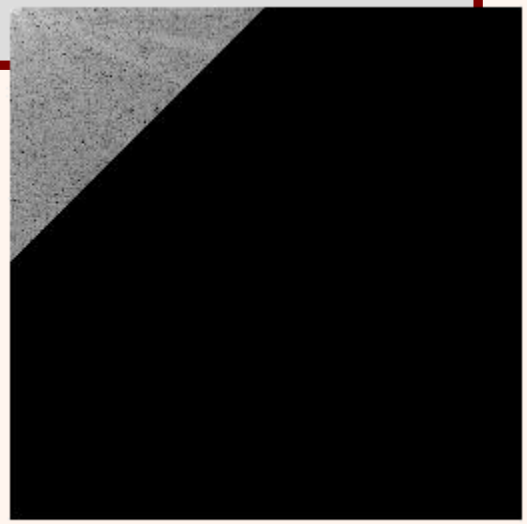


مثال

```
f = imread('cameraman.tif');
imshow(f,[]);
J = dct2(f);
figure;imshow(log(abs(J)),[]);
a=zeros(size(f));
for i=1:size(f,2)/2
    for j=1:((size(f,2)/2)-i)
        a(i,j)=1;
    end
end
J2=J.*a;
figure;imshow(log(abs(J2)),[]);
K = idct2(J2);
figure;imshow(uint8(K),[]);
Diff=f-uint8(K);
figure;imshow(Diff,[]);
```

difference

Org



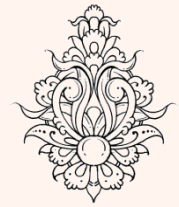
Rec

فشرده‌سازی

Blocking

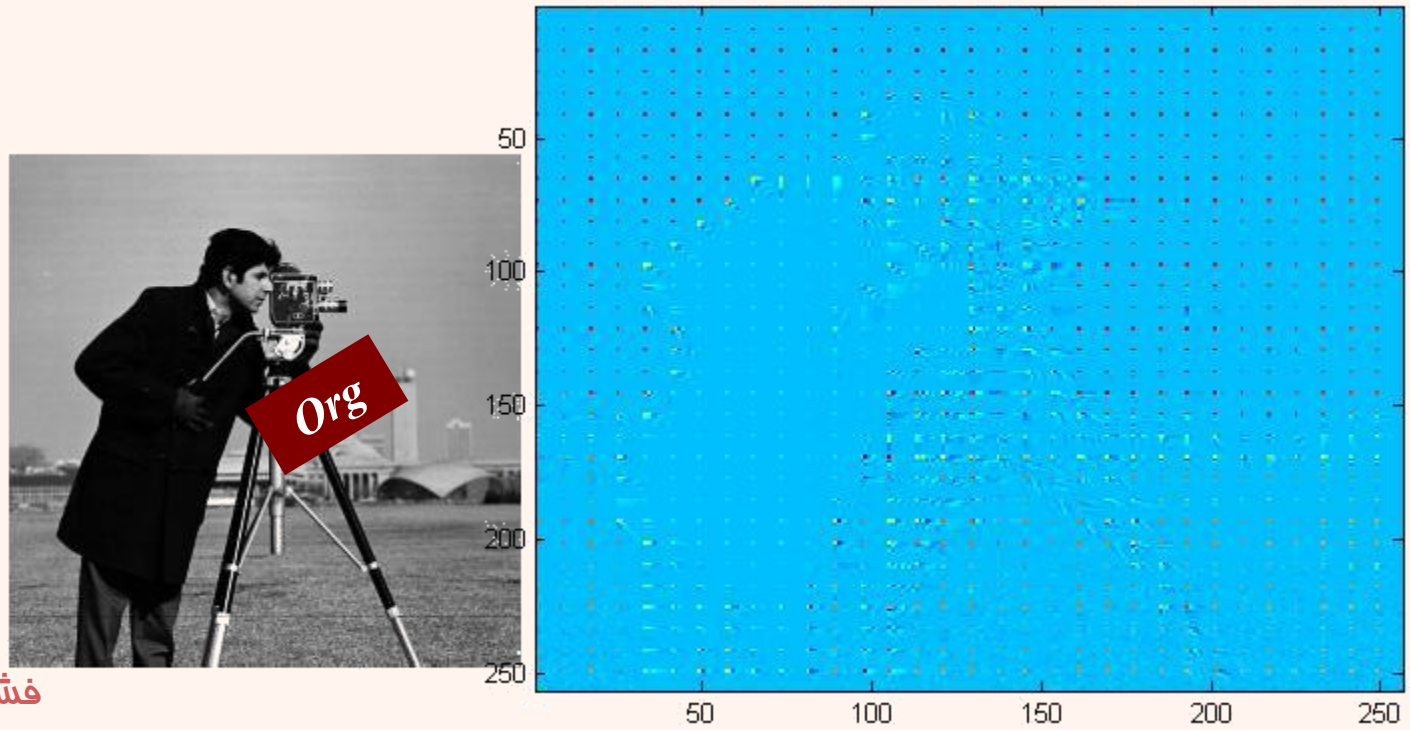
بلوک‌بندی

- در بسیاری از کاربردها در پردازش تصویر، بلوک‌بندی تصویر انجام شده و پس از آن هر بلوک مورد پردازش قرار می‌گیرد.
- این مسأله سبب می‌شود بتوان به صورت موازی به روی بخش‌های کوچک‌تری از تصویر پردازش هم‌زمان صورت داد.
- بازده سیستم افزایش یافته، سرعت پردازش بالا می‌رود.
- معمولاً اندازه‌ی بلوک‌ها توانی از دو است.
  - بسته به کاربرد اندازه از ۲×۲ و بالاتر متغیر است.
- در بیشتر موارد (استانداردها) اندازه‌ی بلوک‌ها ۸×۸ در نظر گرفته می‌شود.



مثال

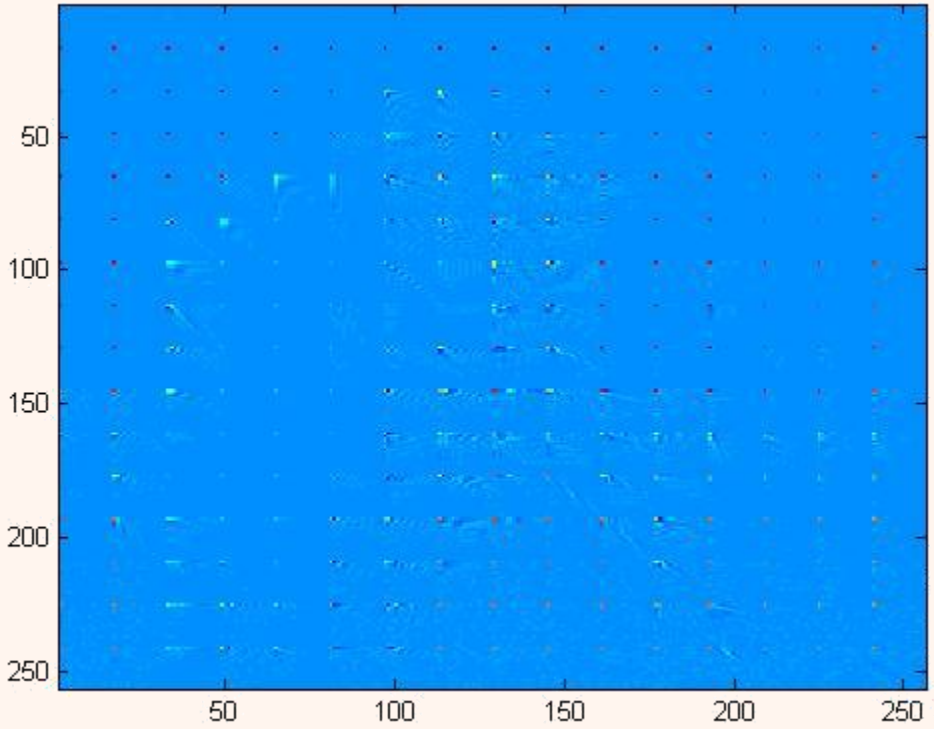
```
siz=8;
I = imread('cameraman.tif');
fun = @dct2;
J = blkproc(I,[siz siz],fun);
figure;imshow(I,[ ]);
figure;imagesc(J), colormap(jet);
fun = @idct2;
I2 = blkproc(J,[siz siz],fun);
figure;imshow(I2,[ ]);
```



```
siz=16;
I = imread('cameraman.tif');
fun = @dct2;
J = blkproc(I,[siz siz],fun);
figure;imshow(I,[ ]);
figure;imagesc(J), colormap(jet);
fun = @idct2;
I2 = blkproc(J,[siz siz],fun);
figure;imshow(I2,[ ]);
```

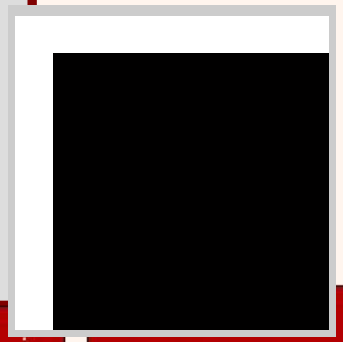
Rec

Org



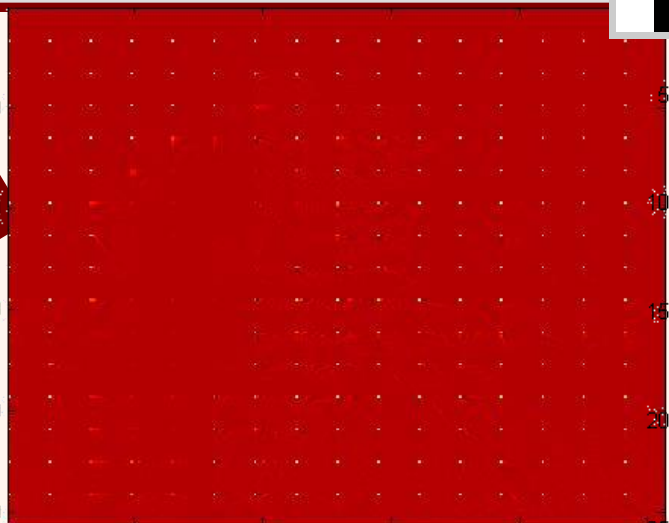
```
siz=16;
I = imread('cameraman.tif');
fun = @dct2;
J = blkproc(I,[siz siz],fun);
figure;imshow(I,[]);
figure;imagesc(J), colormap(hot);
a=ones(siz);a(3:siz,3:siz)=0;
figure;imshow(a,[]);
fun = @(x) (x).*a;
J2 = blkproc(J,[siz siz],fun);
figure;imagesc(J2), colormap(hot);
fun = @idct2;
I2 = blkproc(J2,[siz siz],fun);
figure;imshow(I2,[]);
```

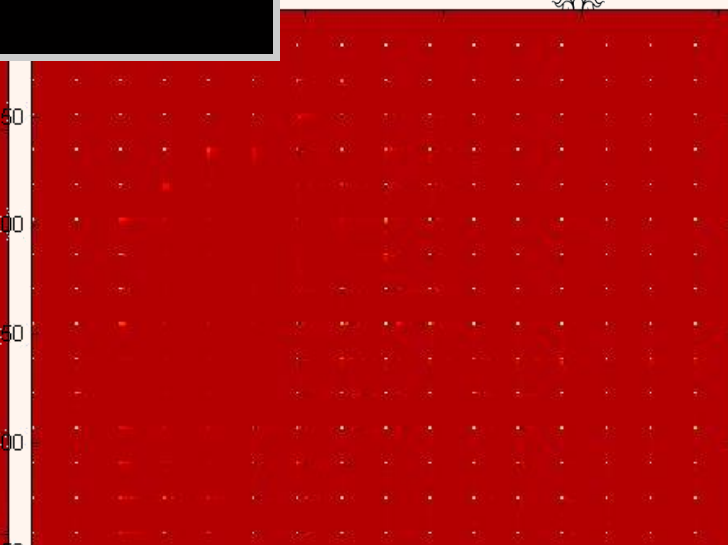
Rec



Org

فشرده‌سازی





مثال

Org

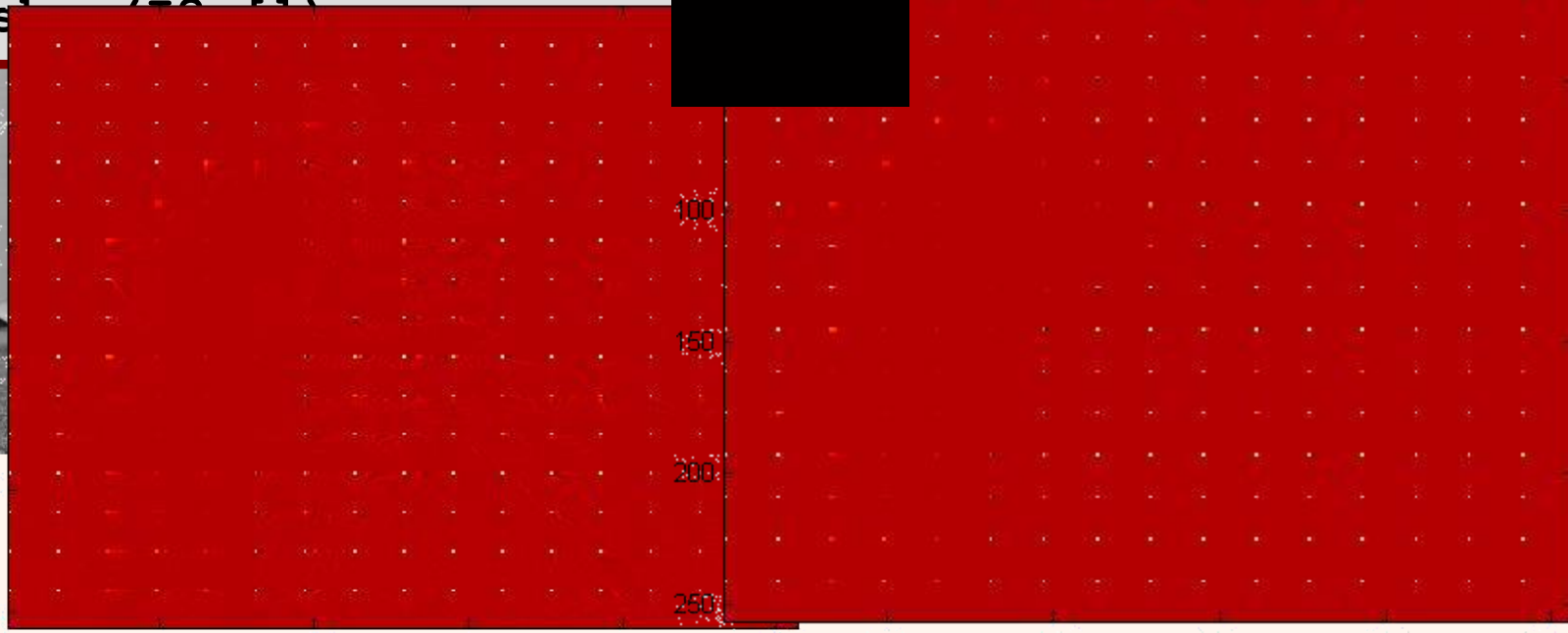
8x8 block implementation

Rec

```
siz=16;I = imread('cameraman.tif');
fun = @dct2;
J = blkproc(I,[siz siz],fun);
figure;imshow(I,[]);
figure;imagesc(J), colormap(hot);
a=zeros(siz);a(1:2,1:2)=1;
figure;imshow(a,[]);
fun = @(x) (x).*a;
J2 = blkproc(J,[siz siz],fun);
figure;imagesc(J2), colormap(hot);
fun = @idct2;
I2 = blkproc(J2,[siz siz],fun);
figure;ims
```

Rec

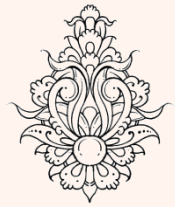
Org



فشرده‌سازی

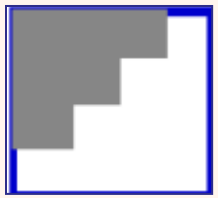
کدگذاری دامنه‌ی تبدیل

- مراحل
  - اعمال تبدیل به روی تصویر
  - کدگذاری ضرایب تبدیل
  - ارسال داده‌ها
  - بازسازی تصویر با استفاده از داده‌های ارسالی
- مزایا
  - انرژی در ضرایب محدودی فشرده‌شده است.
  - مقاومت در برابر خطاهای کانال ارسالی

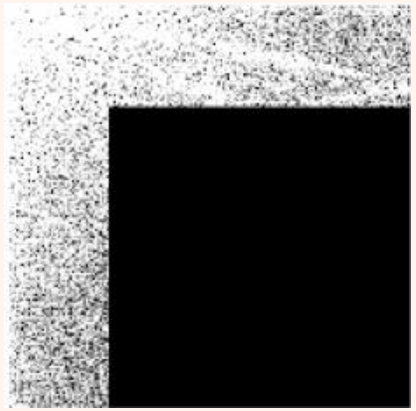


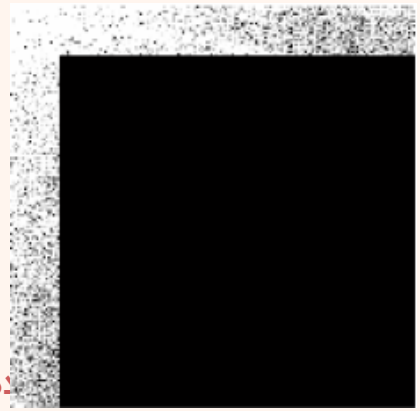
کدگذاری

- کدگذاری
  - ناحیه‌ای (Zonal Coding)
    - تنها ناحیه‌ای از ضرایب ارسال می‌شود.
  - آستانه‌ای (Threshold Coding)
    - تنها ضرایبی ارسال می‌شود که از میزان آستانه بالاتر باشد.



Zonal Coding





120	134	24	17
145	145	230	25
16	234	23	18
23	24	28	19

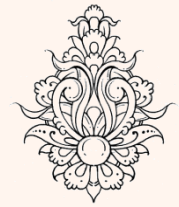
Compression!!!

306.2500	104.8835	-114.7500	-45.3384
100.0207	62.2961	-1.1577	30.1075
-111.7500	-6.2990	99.2500	5.0445
-55.7716	26.1075	-7.3678	-160.7961

چندی کردن

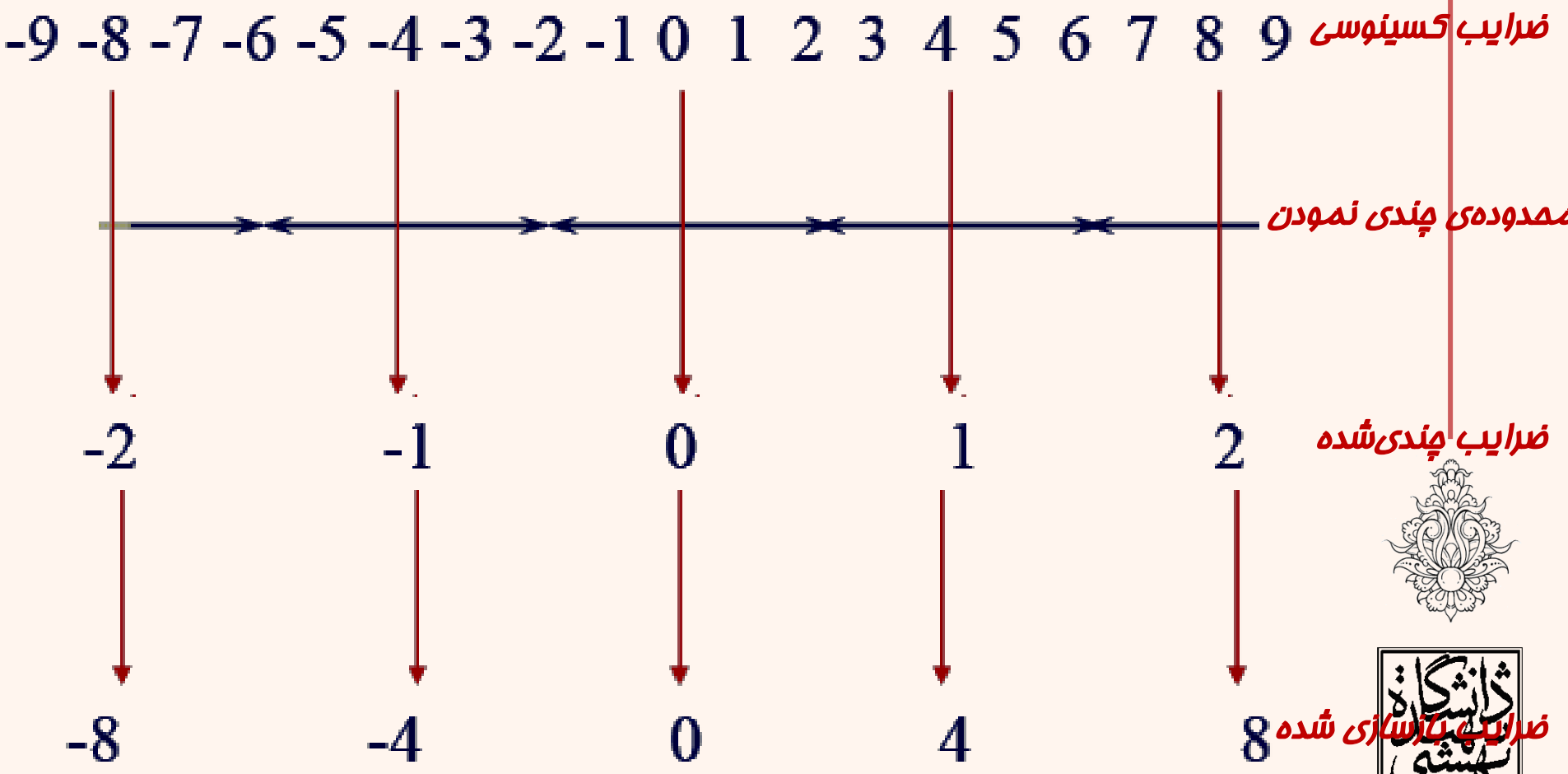
Quantization

- به وسیله‌ی چندی کردن از دقت ضرایب کسینوسی کاسته می‌شود به گونه‌ای که تبدیل به مقادیر صحیح گردند.
- این مساله باعث می‌شود که بسیاری از ضرایب فرکانس‌های بالا به صفر تبدیل گردند.
- آستانه‌ای که با استفاده از آن چندی شدن صورت می‌پذیرد به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که نتیجه‌ی بازسازی تا حد ممکن برای چشم انسان قابل رویت نباشد.



مثال

Quantization=4



$$\begin{bmatrix} -415 & -33 & -58 & 35 & 58 & -51 & -15 & -12 \\ 5 & -34 & 49 & 18 & 27 & 1 & -5 & 3 \\ -46 & 14 & 80 & -35 & -50 & 19 & 7 & -18 \\ -53 & 21 & 34 & -20 & 2 & 34 & 36 & 12 \\ 9 & -2 & 9 & -5 & -32 & -15 & 45 & 37 \\ -8 & 15 & -16 & 7 & -8 & 11 & 4 & 7 \\ 19 & -28 & -2 & -26 & -2 & 7 & -44 & -21 \\ 18 & 25 & -12 & -44 & 35 & 48 & -37 & -3 \end{bmatrix}$$

ضرایب DCT

$$\text{round}\left(\frac{-415}{16}\right) = \text{round}(-25.9375) = -26$$

ماتریس چندی کننده

$$\begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix}$$

ماتریس چندی کننده استاندارد برای بازسازی استفاده خواهد شد.

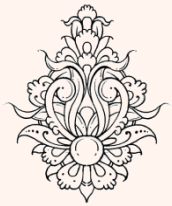
$$\begin{bmatrix} -26 & -3 & -6 & 2 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ماتریس نتیجه‌ی چندی شده

مراحل الگوریتم JPEG

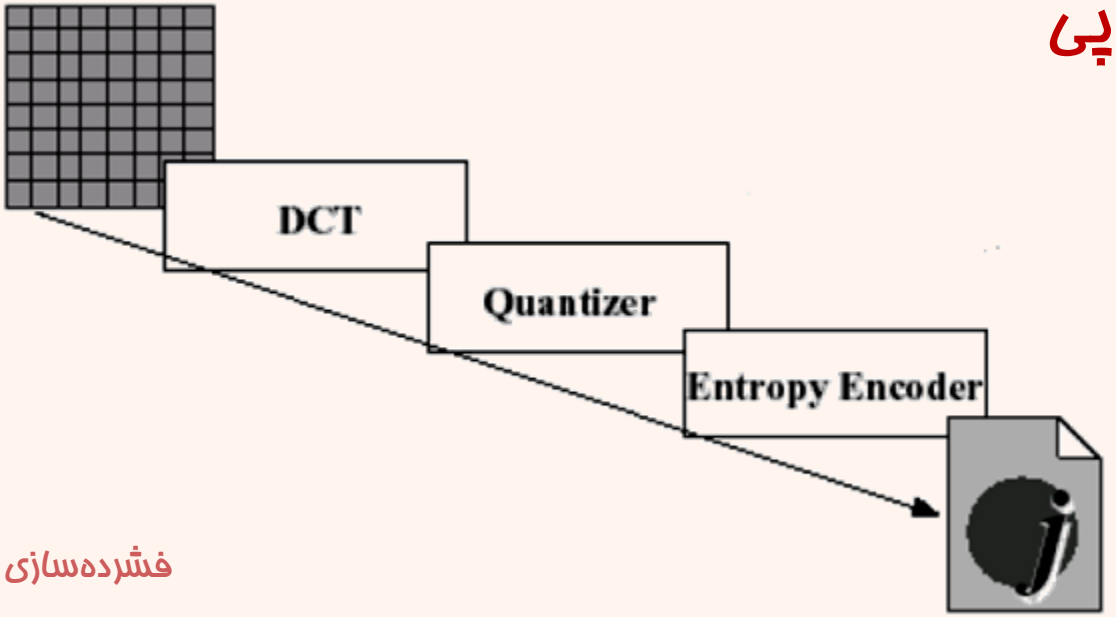
- بلوک‌بندی تصاویر
  - تصویر $f(m, n)$ ← زیر تصویرهای ۸×۸ $f_i(m, n)$
  - فرض می‌کنیم مقادیر روشنایی $[0,2^L-1]$
- هر f_i با رابطه‌ی زیر به g_i تبدیل می‌شود:

$$g_i(m, n)=f_i(m, n)-2^{L-1}$$



مراحل الگوریتم JPEG (ادامه...)

- چگونگی الگوریتم فشرده‌سازی
  - بلوک‌بندی تصویر
  - اعمال تبدیل گسسته‌ی کسینوسی
  - چندی نمودن ضرایب
  - پویش زیگزاگ ضرایب
  - کدگذاری آنتروپی
  - ارسال



مراحل الگوریتم jpeg (ادامه...)

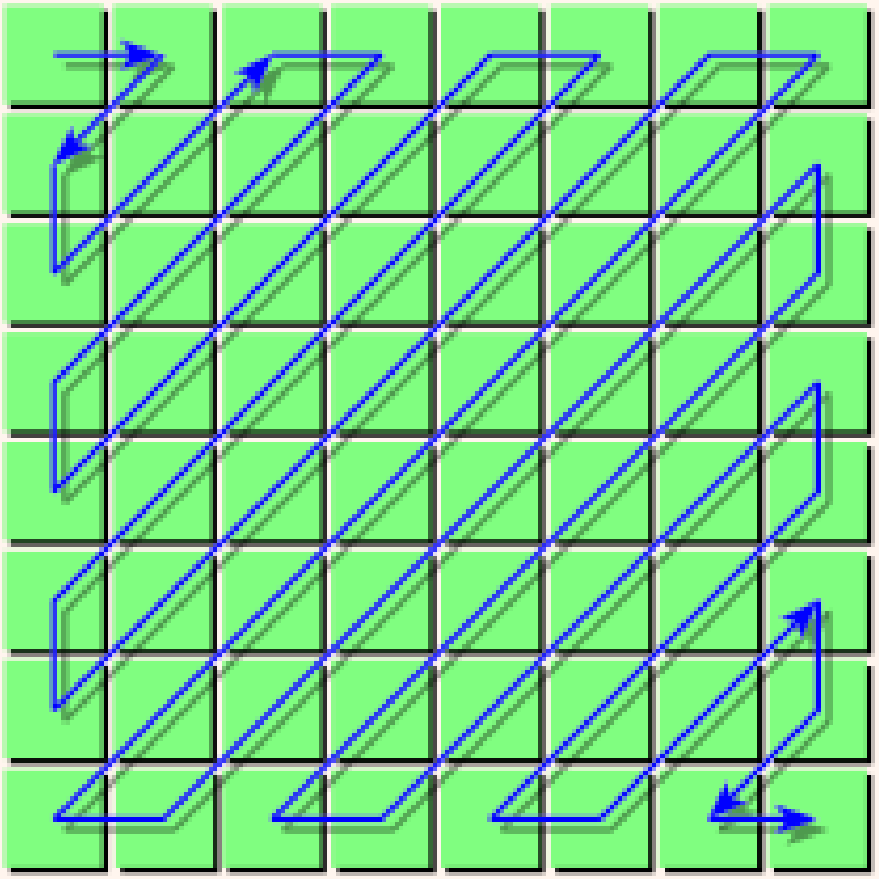
- $g_i(m, n)$ ورودی تبدیل DCT هستند که نتیجه‌ای همانند $D_i(k_1, k_2)$ دارند.
- ماتریس چندی‌کننده‌ای در نظر گرفته شده رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$D_{iq}(k1,k2) = round[\frac{D_i(k1,k2)}{T(k1,k2)\times\alpha}]$$

میزان ریزش

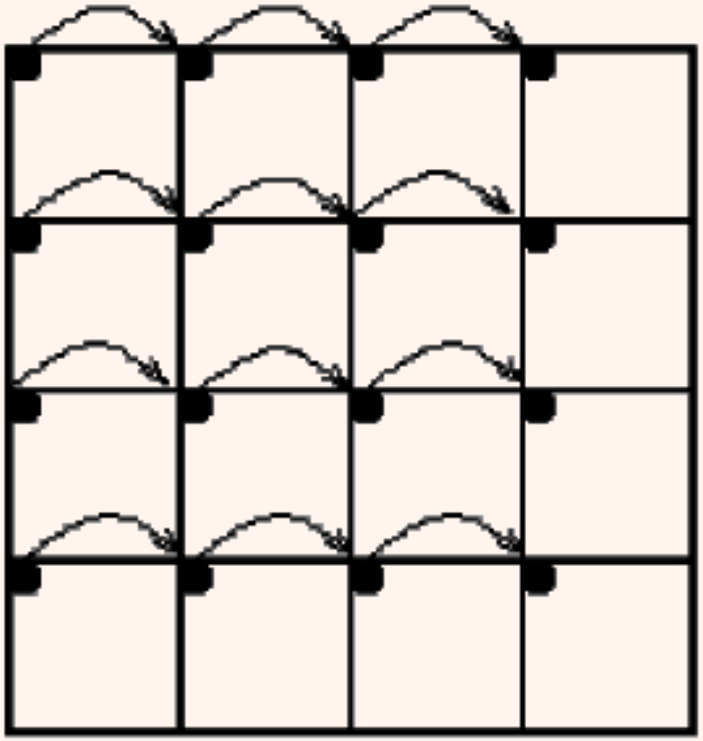
- مرتب نمودن زیگزاگ
- کدگذاری مقادیر
  - DC –
  - AC –

پویش ضرایب



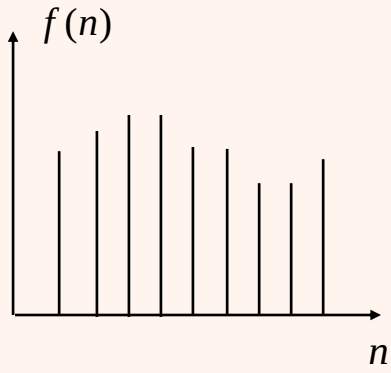
پویش ضرایب به صورت زیگزاگ صورت می‌پذیرد

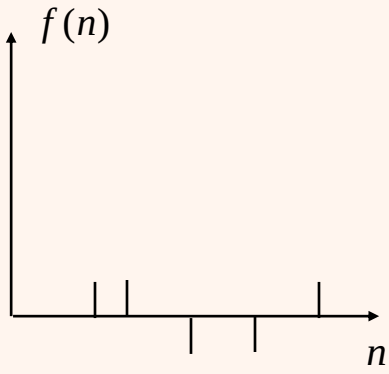
کدگذاری مؤلفه‌های DC



اختلاف مولفه‌های DC بلوک‌های متوالی کد می‌شوند

Differential Pulse Code Modulation (DPCM)





$$f(n) = 156,157,158,158,156,156,154,154,155$$

$$\delta f(n) = 156,1,1,0,-2,0,-2,0,1$$

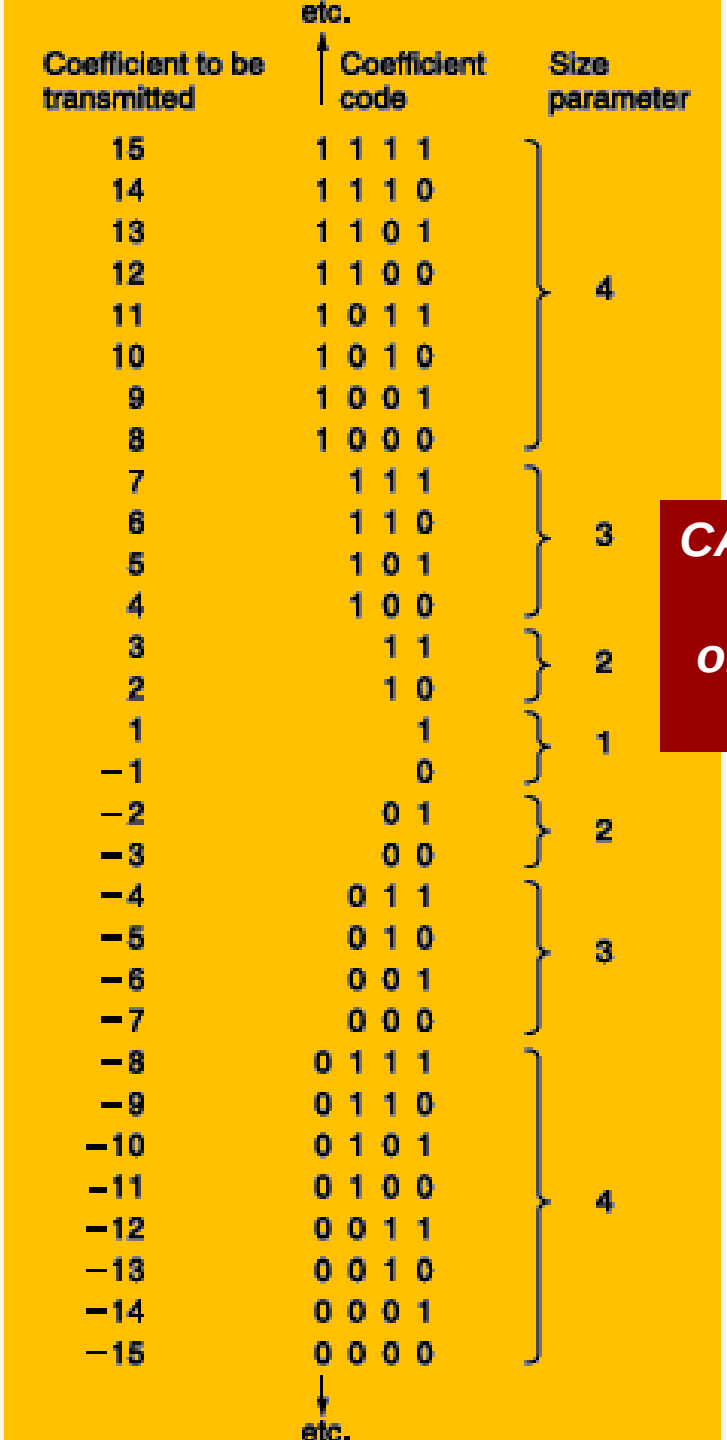
Run-Level coding

- در این شیوه‌ی کد نمودن از تعداد صفرها و عناصر غیر صفر استفاده می‌شود:

102	-33	-3	-4	-2	-1	0	0
21	-2	-3	0	-1	0	0	0
-3	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
-2	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

[-33, 21, -3, -2, -3, -4, -3, 0,
2, 1, 0, 1, 0, -2, -1, -1, 0, 0, 0,
-2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0,0]

(0,-33) (0,21) (0,-3) (0,-2) (0,3)(0,-4) (0,-3) (1,2) (0,1) (1,1) (1,-2) (0,-1) (0,-1) (3,-2) (11,1)



(RUN, CAT)

CAT is the category for the amplitude of a nonzero coefficient in the zigzag order, and RUN is the number of zeros preceding this nonzero coefficient

گروه‌بندی مقادیر

Range	DC Difference Category	AC Category
0	0	N/A
−1, 1	1	1
−3, −2, 2, 3	2	2
−7, …, −4, 4, …, 7	3	3
−15, …, −8, 8, …, 15	4	4
−31, …, −16, 16, …, 31	5	5
−63, …, −32, 32, …, 63	6	6
−127, …, −64, 64, …, 127	7	7
−255, …, −128, 128, …, 255	8	8
−511, …, −256, 256, …, 511	9	9
−1023, …, −512, 512, …, 1023	A	A
−2047, …, −1024, 1024, …, 2047	B	B
−4095, …, −2048, 2048, …, 4095	C	C
−8191, …, −4096, 4096, …, 8191	D	D
−16383, …, −8192, 8192, …, 16383	E	E
−32767, …, −16384, 16384, …, 32767	F	N/A

Table is from slides at Gonzalez/ Woods DIP book website (Chapter 8)

Table is from slides at Gonzalez/ Woods DIP book website (Chapter 8)

ضرایب DC

Category	Base Code	Length	Category	Base Code	Length
0	010	3	6	1110	10
1	011	4	7	11110	12
2	100	5	8	111110	14
3	00	5	9	1111110	16
4	101	7	A	11111110	18
5	110	8	B	111111110	20

ضرایب AC

Run/ Category	Base Code	Length	Run/ Category	Base Code	Length
0/0	1010 (=EOB)	4			
0/1	00	3	8/1	11111010	9
0/2	01	4	8/2	1111111111000000	17
0/3	100	6	8/3	1111111110110111	19
0/4	1011	8	8/4	1111111110111000	20
0/5	11010	10	8/5	1111111110111001	21
0/6	111000	12	8/6	1111111110111010	22
0/7	1111000	14	8/7	1111111110111011	23
0/8	1111110110	18	8/8	1111111110111100	24
0/9	1111111110000010	25	8/9	1111111110111101	25
0/A	1111111110000011	26	8/A	1111111110111110	26
1/1	1100	5	9/1	111111000	10
1/2	111001	8	9/2	1111111110111111	18
1/3	1111001	10	9/3	1111111111000000	19

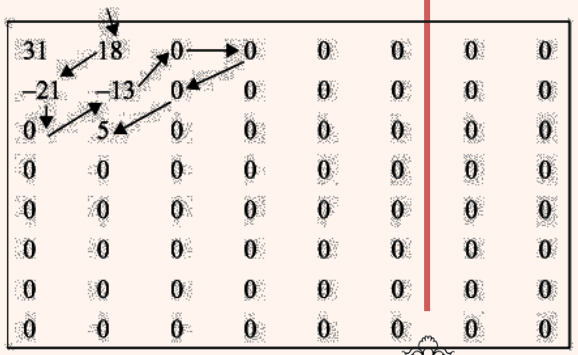
Codeword for the DC coefficient

Category	Base Code	Length
0	010	3
1	011	4
2	100	5
3	00	5
4	101	7
5	110	8

DC

DIFF = 31 - 28 = 3 → CAT = 2

CAT is 100 → DIFF = 3 > 0 → the DC coefficient is 10011



Codeword for the AC coefficients

AC=18

the codeword for (0, 5) is 11010 → 1101010010

AC=-21

the codeword for (0, 5) is 11010 → 1101001010

AC

Run/ Category	Base
0/0	1010 (=
0/1	00
0/2	01
0/3	100
0/4	1011
0/5	11010

Range	DC Difference Category	AC Category
0	0	N/A
−1, 1	1	1
−3, −2, 2, 3	2	2
−7, …, −4, 4, …, 7	3	3
−15, …, −8, 8, …, 15	4	4
−31, …, −16, 16, …, 31	5	5

فشرده‌سازی

مثال

-26 -3 1 -3 -2 -6 2 -4 1 -4 1 1 5 0 2 0 0 -1 2 0 0 0 0 0 -1 -1 EOB

-3	(0/2)=0100
1	(0/1)=001
-3	(0/2)=0100
-2	(0/2)=0101
-6	(0/3)=100001
2	(0/2)=0110

-4	(0/3)=100011
1	(0/1)=001
-4	(0/3)=100011
1	(0/1)=001
1	(0/1)=001
5	(0/3)=100101

2	(1/2)=11100110
-1	(2/1)=110110
2	(0/2)=0110
-1	(5/1)=11110100
-1	(0/1)=000
EOB	1010

قطار بیت ارسالی برای ضرایب AC

0100 001 0100 0101 100001 0110 100011 001 100011 001 001 100101 11100110 110110 0110 11110100 000 1010

تعداد بیت‌های ارسالی 85 بیت

Range	DC Difference Category	AC Category
0	0	N/A
−1, 1	1	1
−3, −2, 2, 3	2	2
−7, …, −4, 4, …, 7	3	3
−15, …, −8, 8, …, 15	4	4
−31, …, −16, 16, …, 31	5	5
−63, …, −32, 32, …, 63	6	6
−127, …, −64, 64, …, 127	7	7
−255, …, −128, 128, …, 255	8	8
−511, …, −256, 256, …, 511	9	9
−1023, …, −512, 512, …, 1023	A	A
−2047, …, −1024, 1024, …, 2047	B	B
−4095, …, −2048, 2048, …, 4095	C	C
−8191, …, −4096, 4096, …, 8191	D	D
−16383, …, −8192, 8192, …, 16383	E	E
−32767, …, −16384, 16384, …, 32767	F	N/A

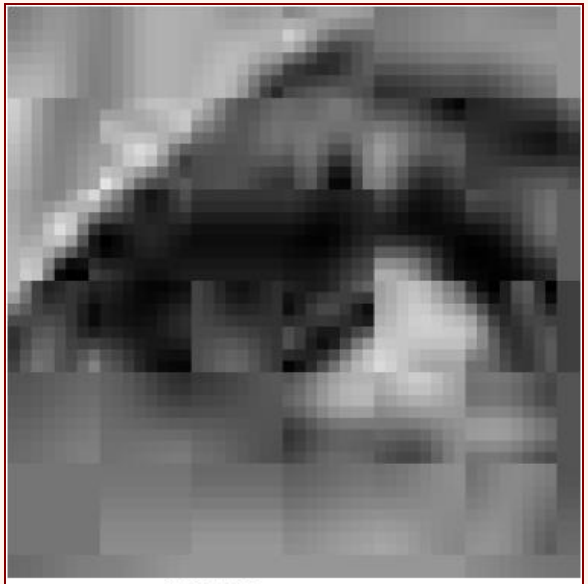
Run/ Category	Base Code	Length
0/0	1010 (= EOB)	4
0/1	00	3
0/2	01	4
0/3	100	6
0/4	1011	8
0/5	11010	10

فشرده‌سازی

Original
bpp = 8.00 mse = 0.00

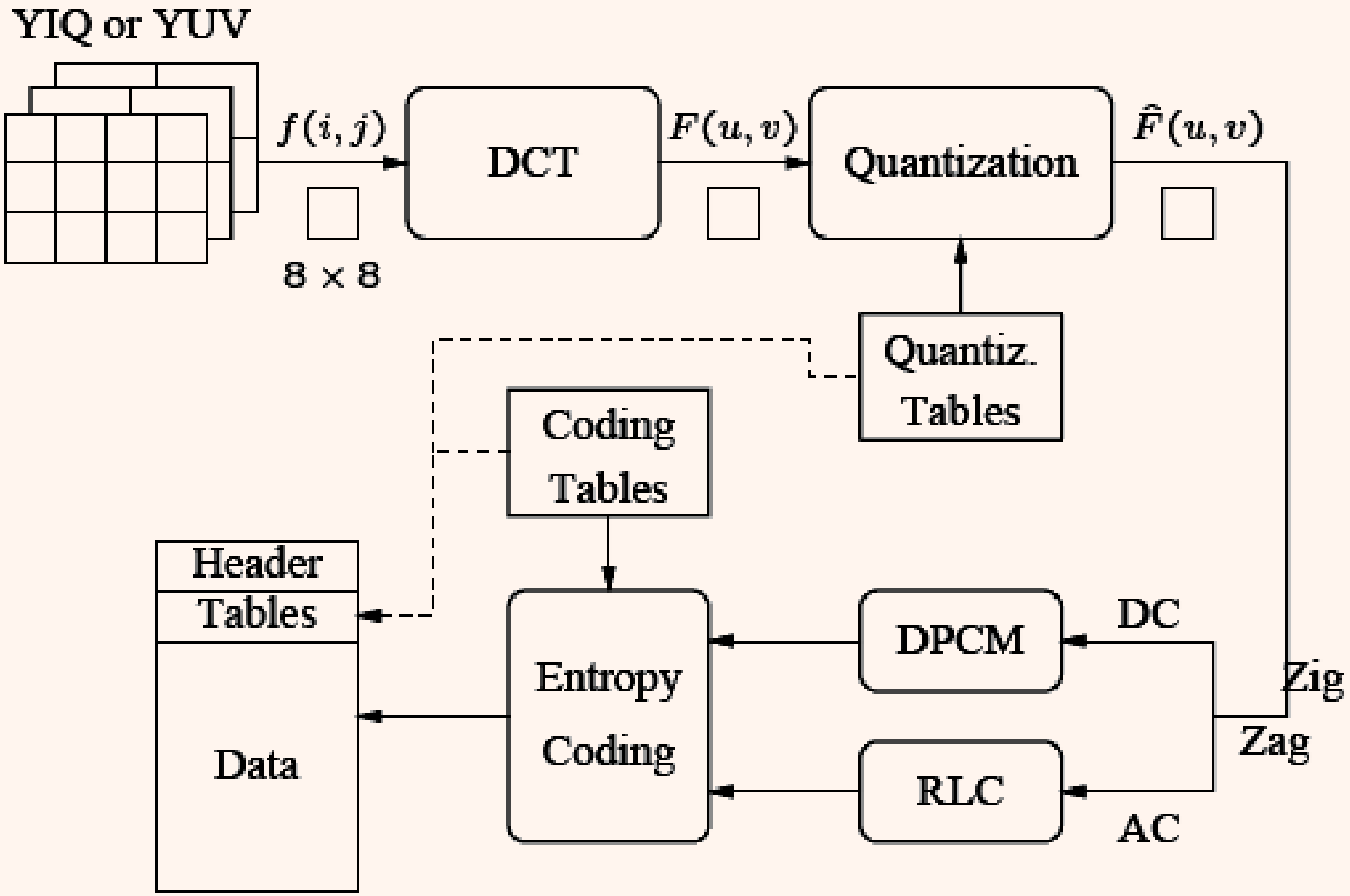
JPEG
bpp = 1.00 mse = 17.26

JPEG
bpp = 0.50, mse = 33.08



JPEG
bpp = 0.25, mse = 79.11

Block diagram for JPEG encoder.



مقایسه‌ی تصویر

- برای مقایسه‌ی تصویر بهترین معیار مشاهده‌ی آن است
  - معیار کیفی است
  - وابسته به احساس بشر
- معیار کمی
  - مجموع مربعات خطا (MSE)
  - نسبت توان سیگنال به نویز (SNR)

$$MSE = \frac{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left[f(m,n)-\hat{f}(m,n)\right]^2}{MN}$$

$$SNR = \frac{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)^2}{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left[f(m,n)-\hat{f}(m,n)\right]^2}$$

Quality Metrics

PSNR

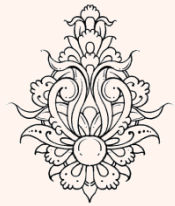
peak signal-to-noise ratio

- پاسخ بر پایه‌ی db است

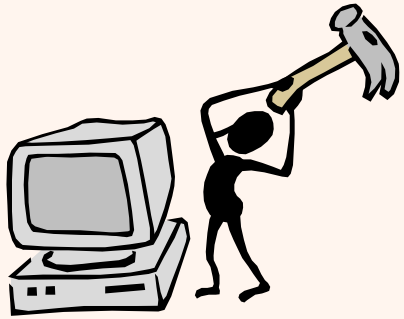
$$PSNR = 10 \times \log(\frac{255^2}{MSE})$$

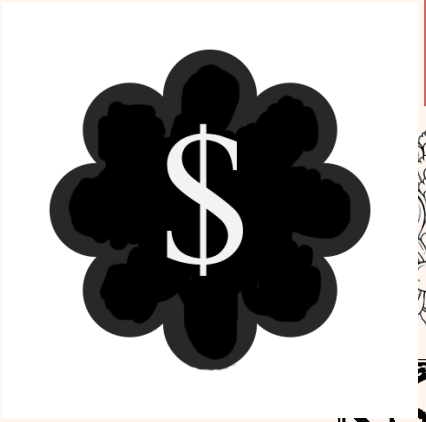
- به صورت کلی اگر هر پیکسل را با B بیت بتوان نشان داد، فرمول مذکور به صورت زیر تغییر می‌نماید

$$PSNR = 10 \times \log(\frac{(2^B - 1)^2}{MSE})$$



آیا PSNR معیار خوبی است؟





MSE=100.006

MSE=48.82

اصلی

۱

PSNR=22.78

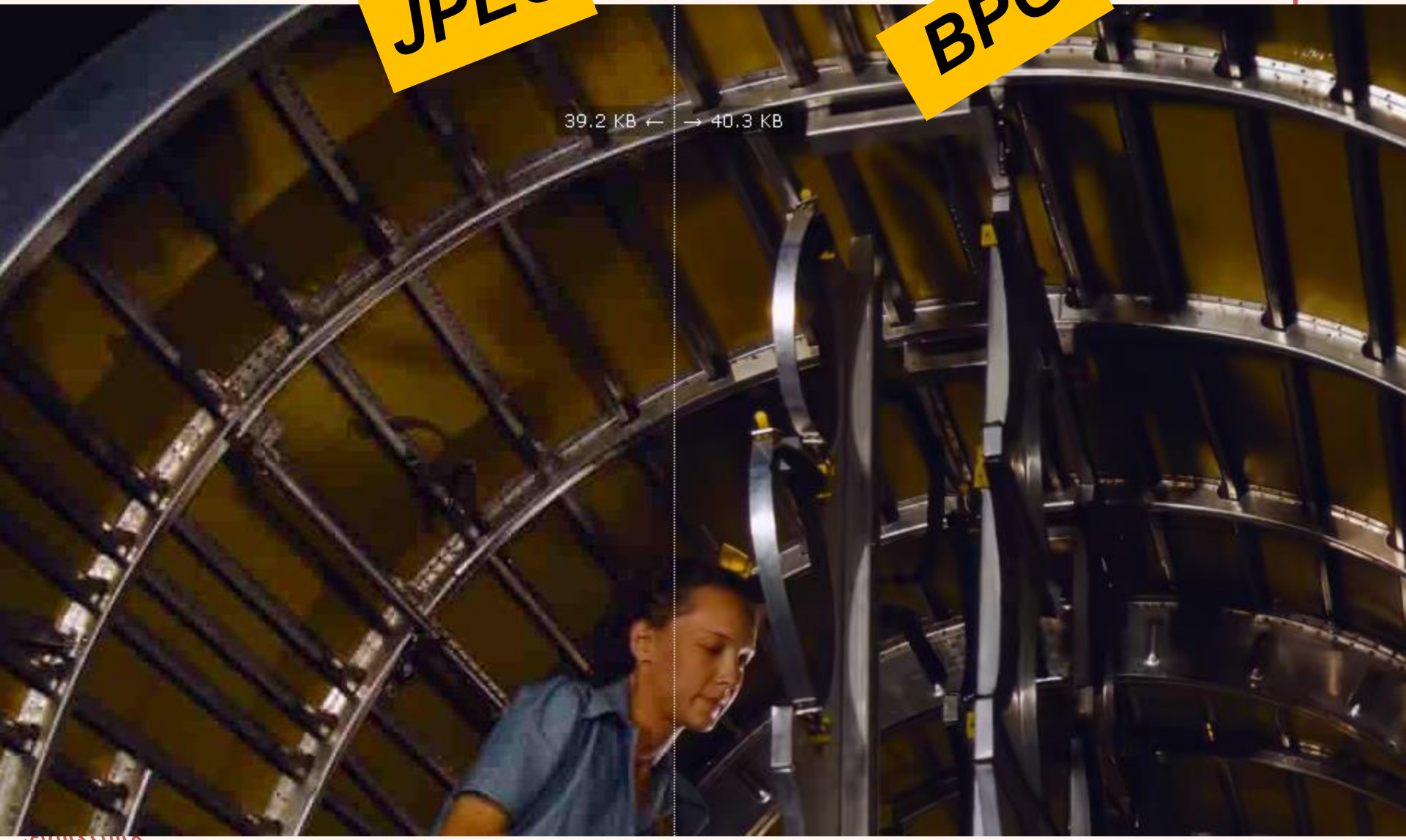
۲

PSNR=22.87

۳

PSNR=22.97

استانداردهای جدید



استانداردهای جدید

The blocking, color banding and aliasing artifacts of heavily compressed JPEG (left), while the heavily compressed BPG (right) looks much smoother